PROBLEMA RESUELTO 4

Resuelva la ecuación

$$4\operatorname{sen} 2\theta = 4\cos 2\theta, \qquad 0 \le \theta \le 2\pi$$

Solución

En este caso, como toda la ecuación está en términos del ángulo 2θ, no es necesario utilizar las identidades de ángulo doble para resolverla. Dividiendo ambos lados entre $4\cos 2\theta$ se obtiene

$$\frac{4\operatorname{sen} 2\theta}{4\cos 2\theta} = \frac{4\cos 2\theta}{4\cos 2\theta}$$

$$\tan 2\theta = 1$$

Al utilizar una calculadora para obtener la medida de 2θ

$$2\theta = \tan^{-1}(1)$$

$$2\theta = \frac{\pi}{4}$$

Como el período de la función tangente es π, la solución general para el ángulo 2θ es

$$2\theta = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Observe que la función tangente también es positiva en el tercer cuadrante, pero esta solución se genera cuando k es 1, por lo tanto no es necesario obtener esa solución por separado.

Al dividir entre 2 se obtiene la solución general de la ecuación

$$\theta = \frac{\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{2}$$

Finalmente, dándole valores a k se obtienen las soluciones en el intervalo $0 \le \theta \le 2\pi$

$$\theta = \frac{\pi}{8}, \quad \theta = \frac{\pi}{8} + 1 \cdot \frac{\pi}{2}, \quad \theta = \frac{\pi}{8} + 2 \cdot \frac{\pi}{2}, \quad \theta = \frac{\pi}{8} + 3 \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{8}, \quad \theta = \frac{5\pi}{8}, \quad \theta = \frac{9\pi}{8}, \quad \theta = \frac{13\pi}{8}$$

$$\frac{\pi}{6}, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{6}, \quad \frac{3\pi}{2}$$