

PROBLEMA RESUELTO 4

Un pavo horneado se saca del horno donde se ha cocinado a una temperatura de 200°C. El pavo se deja enfriar en una mesa donde la temperatura es de 20°C. Si la temperatura del pavo es de 150°C después de media hora. ¿Cuánto tiempo deben esperar para comerlo, si la temperatura del mismo debe ser de 50°C?

Solución

El modelo exponencial que hay que utilizar para resolver el problema es

$$T(t) = T_s + (T_0 - T_s)e^{kt}$$

Como T_s es la temperatura del ambiente donde se coloca el pavo, se tiene que

$T_s = 20$. Por otro lado, la temperatura inicial es $T_0 = 200$

El modelo ahora puede expresarse como

$$\begin{aligned} T(t) &= 20 + (200 - 20)e^{kt} \\ &= 20 + (180)e^{kt} \end{aligned}$$

Para encontrar k utilizamos el hecho de que la temperatura se ha reducido a 150 cuando han transcurrido 30 minutos. Al sustituir la información y despejar k se obtiene

$$\begin{aligned} 150 &= 20 + 180e^{k(30)} \\ \frac{130}{180} &= e^{30k} \\ \ln\left(\frac{13}{18}\right) &= 30k \ln e \\ k &= \frac{\ln\left(\frac{13}{18}\right)}{30} \approx -0.0108 \end{aligned}$$

Para calcular el tiempo requerido para que la temperatura descienda a 50°C, sustituimos $T = 50$ y despejamos t .

$$\begin{aligned} 50 &= 20 + 180e^{kt} \\ \frac{30}{180} &= e^{kt} \\ \ln\left(\frac{3}{18}\right) &= kt \ln e \\ t &= \frac{\ln\left(\frac{3}{18}\right)}{k} \approx \frac{\ln\left(\frac{3}{18}\right)}{-0.0108} = 165.9 \end{aligned}$$

Es decir que hay que esperar aproximadamente 166 minutos para que el pavo llegue a una temperatura de 50°C.
