PROBLEMA RESUELTO 3

En coordenadas polares $r = 4\operatorname{sen}2\theta$ es la ecuación de una rosa de 4 pétalos y $r = 4\cos\theta$ es la ecuación de una circunferencia de radio 2. Para encontrar los puntos de intersección entre estas curvas es necesario resolver la ecuación

$$4\operatorname{sen}2\theta = 4\cos\theta, \qquad 0 \le \theta \le 2\pi$$

Solución

Utilizando la identidad $\operatorname{sen}2\theta = 2\operatorname{sen}\theta\cos\theta$ se tiene

$$4\operatorname{sen}2\theta = 4\cos\theta$$

$$4(2\operatorname{sen}\theta\cos\theta) = 4\cos\theta$$

$$8\operatorname{sen}\theta\cos\theta - 4\cos\theta = 0$$

$$4\cos\theta(2\operatorname{sen}\theta - 1) = 0$$

De donde

$$\cos\theta = 0 \quad \text{y} \quad \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}$$

Para $\cos\theta = 0$ se tiene que $\theta = \frac{\pi}{2}$ y $\theta = \frac{3\pi}{2}$

Para $\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}$, se tiene que el seno es positivo en primer y segundo cuadrante. Con una calculadora se obtiene uno de los valores

$$\theta_1 = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

El ángulo de referencia para este caso es

$$\theta_R = \theta_1 = \frac{\pi}{6}$$

La otra solución se encuentra en el segundo cuadrante

$$\theta_2 = \pi - \theta_R = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

Finalmente, las soluciones de la ecuación son

$$\frac{\pi}{6}, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{6}, \quad \frac{3\pi}{2}$$