PROBLEMA RESUELTO 2

Calcule el límite

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3 - x}$$

Solución

Al evaluar el límite del numerador se tiene

$$\lim_{x \to 3^+} \sqrt{x^2 - 9} = \sqrt{(3)^2 - 9} = 0$$

Calculando el límite del denominador

$$\lim_{x \to 3^+} (3 - x) = 3 - 3 = 0$$

Como ambos límites son iguales a 0, el límite tiene forma indeterminada $\frac{0}{0}$, y se deben realizar operaciones algebraicas para calcular el límite.

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3 - x} &= \lim_{x \to 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3 - x} \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{\sqrt{x^2 - 9}} \\
&= \lim_{x \to 3^+} \frac{x^2 - 9}{(3 - x)\sqrt{x^2 - 9}} \\
&= \lim_{x \to 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{-(x - 3)\sqrt{x^2 - 9}} \\
&= \lim_{x \to 3^+} \frac{x + 3}{-\sqrt{x^2 - 9}}
\end{aligned}$$

Al evaluar el límite anterior se obtiene que el límite del numerador es 6 mientras que el límite del denominador es cero, es decir que el límite es de tipo infinito. Evaluando la expresión en un número que se aproxime a 3 por la derecha se tiene

$$\frac{(3.001) + 3}{-\sqrt{(3.001)^2 - 9}} = -77.466$$

La función tiene valores negativos muy grandes, por lo que podemos concluir que

Respuesta:

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{3 - x} = -\infty$$