PROBLEMA RESUELTO 1

Calcule el límite

$$\lim_{x \to 0} \frac{2 - 4x^3}{5x^2 + 3x^3}$$

Solución

Al evaluar el límite del numerador se tiene

$$\lim_{x \to 0} \left(2 - 4x^3 \right) = 2 - 4(0)^2 = 2$$

Calculando ahora el límite del denominador

$$\lim_{x \to 0} \left(5x^2 + 3x^3 \right) = 5(0)^2 + 3(0)^3 = 0$$

Como el límite del numerador es una constante y el límite del denominador es 0, el límite no existe y es un límite del tipo infinito. La función tiene una asíntota vertical en x = 0.

Cuando esto sucede, es necesario calcular el límite por la derecha y el límite por la izquierda,

Para obtener el límite por la derecha evaluamos la función en un número muy cercano a cero por la derecha

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2 - 4x^3}{5x^2 + 3x^3} = \lim_{x \to 0^+} \frac{2 - 4x^3}{x^2 (5 + 3x)}$$

Evaluando la función en 0.01

$$f(0.01) = \frac{2 - 4(0.01)^3}{(0.01)^2(5 + 3(0.01))} = 3976.1$$

Es claro que los valores de f(x) están creciendo sin límite con valores positivos, razón por la cual podemos concluir que

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2 - 4x^3}{5x^2 + 3x^3} = +\infty$$

De la misma forma, para calcular el límite por la izquierda, se evalúa la función en un número cercano a 0 por la izquierda

Evaluando la función para -0.01

$$f(-0.01) = \frac{2 - 4(-0.01)^3}{(-0.01)^2(5 + 3(-0.01))} = 4024.2$$

Es claro que los valores de f(x) están creciendo sin límite con valores positivos, razón por la cual podemos concluir que

$$\lim_{x \to 0^{-}} \frac{2 - 4x^3}{5x^2 + 3x^3} = +\infty$$

Como el límite por la derecha y el límite por la izquierda tienden al infinito positivo, se concluye que

Respuesta:

$$\lim_{x \to 0} \frac{2 - 4x^3}{5x^2 + 3x^3} = +\infty$$