

PROBLEMA RESUELTO 1

El número de usuarios del servicio eléctrico en el departamento de Guatemala en el año 1985 era aproximadamente de 200,000 y en el año 2000 el número de usuarios era aproximadamente de 600,000. Suponiendo que el número de usuarios crece de acuerdo a la ley de crecimiento natural.

- Construya un modelo para calcular el número de usuarios del servicio en función del tiempo t expresado en años.
- Calcule el número de usuarios estimado para el año 2,015.
- Determine el año en el cual el número de usuarios será de 2 millones.

Solución

- Debemos construir el modelo exponencial de la forma

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

Si hacemos que $t = 0$, corresponda al año 1985, se tiene que $t = 15$ corresponde al año 2,000 y $t = 30$ corresponde al año 2,015.

Ahora, si $t = 0$, la población es $P = 200,000$. Sustituyendo esta información en el modelo se obtiene

$$200,000 = P_0 e^{k(0)}$$

$$200,000 = P_0(1)$$

$$P_0 = 200,000$$

Para $t = 15$ el número de usuarios es de 600,000. Sustituyendo esta información y despejando el valor de k se tiene.

$$600,000 = 200,000 e^{k(15)}$$

$$\frac{600,000}{200,000} = e^{15k}$$

$$3 = e^{15k}$$

Aplicando logaritmos naturales a ambos lados para despejar el valor de k .

$$\ln 3 = \ln(e^{15k})$$

$$\ln 3 = 15k \ln e$$

$$\ln 3 = 15k(1)$$

$$k = \frac{\ln 3}{15} \approx 0.07324$$

Entonces el modelo exponencial que predice el número de usuarios del servicio eléctrico es

$$P(t) = 200,000 e^{0.07324t}$$

- En el año 2,015 se tiene que $t = 30$. Evaluando en el modelo obtenido en el inciso anterior

$$P(30) = 200,000e^{0.07324(30)} = 1,799,955.76$$

Es decir que el número de usuarios en el año 2,030 será aproximadamente de 1,800,000 usuarios.

- c. Para estimar el año en el cual habrá 2 millones de usuarios hay que sustituir $P = 2,000,000$ en el modelo y despejar t

$$2,000,000 = 200,000e^{0.07324t}$$

$$\frac{2,000,000}{200,000} = e^{0.07324t}$$

$$\ln(10) = 0.07324t \ln e$$

$$t = \frac{\ln 10}{0.07324} \approx 31.4389$$

Concluimos que el número de usuarios será de 2 millones 31.44 años después de del año 1,985.

$$1,985 + 31.44 = 2,016.44$$

Aproximadamente en el mes de mayo del año 2,016.
