Ejercicios propuestos

En los ejercicios 1 a 10 complete cuadrados para obtener la forma estándar de la función cuadrática, obtenga las coordenadas del vértice y dibuje la gráfica.

1. $f(x) = x^2 + 4x + 1$

2. $f(x) = x^2 + 6x - 1$

3. $f(x) = x^2 - 8x$

4. $f(x) = x^2 - 3x$

5. $f(x) = x^2 + 5x - 1$

6. $f(x) = x^2 - 7x + 4$

7. $f(x) = -x^2 - 4x + 2$

8. $f(x) = -x^2 - 5x - 5$

9. $f(x) = 3x^2 + 7x - 5$

10. $f(x) = -4x^2 + 6x + 3$

En los ejercicios 11 a 20 encuentre los interceptos con los ejes de coordenadas, utilice la fórmula del vértice para encontrar el vértice y dibuje la representación gráfica. Obtenga el valor máximo o el valor mínimo de la función.

11. $f(x) = x^2 - 6x$

12. $f(x) = 4x - x^2$

13. $f(x) = x^2 + 10$

14. $f(x) = 4 - 2x^2$

15. $f(x) = -x^2 + 6x + 1$

16. $f(x) = -x^2 - 4x - 2$

17. $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$

18. $f(x) = -3x^2 - 10x - 2$

19. $f(x) = 5x^2 + 6x + 3$

20 $f(x) = -4x^2 + x + 1$

En los ejercicios 21 a 30 resuelva el problema de máximos o mínimos.

21. El arco que sostiene un puente tiene forma parabólica cuya ecuación es

$$h(x) = -\frac{3}{64}x^2 + 27, \quad -24 \le x \le 24$$

Donde x es la distancia horizontal medida en pies desde el centro del puente.

a. ¿Cuál es la altura del arco 10 pies a la derecha del centro?

b. ¿A qué distancia del centro, la altura del arco es de 8 pies?

c. ¿Cuál es la altura máxima del arco que sostiene el puente?

22. Un bateador le pega a una pelota, la cual describe una trayectoria parabólica cuya ecuación es

$$h(x) = -\frac{3}{4000}x^2 + \frac{3}{10}x + 3$$

En donde h y x están en pies. Encuentre la altura máxima que alcanza la pelota.

23. Encuentre dos números reales positivos cuya suma sea 80 y cuyo producto sea máximo.

24. Encuentre dos números reales positivos cuya diferencia sea 120 y cuyo producto sea mínimo.

25. El perímetro de un rectángulo de base a y ancho b es 480 cm.

a. Escriba b en términos de a.

b. Escriba el área del rectángulo como una función de a.

c. Obtenga las dimensiones del rectángulo de área máxima.

26. Un alambre de 24 pulgadas de largo se dobla en forma de rectángulo con ancho x y longitud y.

a. Expresar y como función de x,

b. Determinar el área A del rectángulo como función de x,

c. Demostrar que el área A es máxima si el rectángulo es un cuadrado.

27. Un granjero que dispone de 750 pies de cerca desea cercar un terreno rectangular y después dividirlo en cuatro corrales con cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo. ¿Cuál es el área total más grande posible de los cuatro corrales?

28. Un triángulo isósceles de base 2 centímetros se encuentra inscrito dentro de una circunferencia de radio x, de forma que sus vértices quedan sobre la circunferencia.

a. Halle el valor de x para que el área del triángulo sea 9 centímetros cuadrados.

b. ¿Cuál es el valor mínimo que puede tener x?

29. En una campaña promocional se venden 1000 artículos mensuales a Q50.00 cada uno. Cuando los empresarios consideran que los consumidores han aceptado el producto, deciden incrementar el precio para maximizar los ingresos. Si han detectado que por cada incremento de un quetzal en el precio, se venden 10 artículos menos, determine:

a. Una función que modele el ingreso mensual en términos del precio de venta x.

b. El precio que genera el máximo ingreso mensual.

c. El máximo ingreso mensual.

30. Una compañía de televisión por cable da servicio a 5,000 usuarios y cobre una tarifa de Q20 por mes. Un estudio de mercado indica que por cada quetzal menos en la tarifa mensual, se suscribirán 500 nuevos clientes. Si $I(x)$ representa el ingreso mensual de la compañía,

a. Construya una función que modele el ingreso $I(x)$

b. Determine el precio que debe tener el servicio para que el ingreso de la compañía sea máximo.

c. Calcule el ingreso máximo.

31. Determine el área del rectángulo más grande que puede inscribirse en un triángulo rectángulo con catetos 3 y 4 cm. Si dos lados del rectángulo están sobre los catetos.

32. El dueño de una casa quiere cercar un jardín rectangular adyacente a una carretera. La cerca junto a la carretera debe ser más robusta y cuesta Q5.00 por pie, pero la otra cerca cuesta solo Q3.00 por pie. El jardín debe tener un área de 1200 pies cuadrados.

a. Encuentre una función que modele el costo de la cerca del jardín.

b. Determine las dimensiones del jardín que reducen al mínimo el costo de la cerca.

33. Se dispone de 40 metros lineales de cerca para construir tres corrales iguales, a partir de encerrar un área rectangular y después dividirla. Si las divisiones entre corrales miden "x" metros, entonces:

a. Encuentre una función que modele el área de los tres corrales.

b. Si las divisiones no pueden medir menos de 2 metros, establezca el dominio físico de la función.

c. Grafique la función.

d. ¿Cuáles son las dimensiones del área rectangular a encerrar, para obtener la mayor área de los tres corrales?

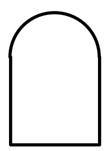
e. ¿Cuál es la menor área que es posible encerrar?

34. Un estadio tiene capacidad para 40 000 espectadores. Cuando se realizan conciertos el costo de cada boleto es de Q800 y la asistencia promedio ha sido de 10 000 personas. Según un estudio se ha determinado que por cada Q50 de incremento en el precio del boleto, dejan de asistir 750 personas.

a. Construya una función que establezca los ingresos totales en términos del precio del boleto.

b. ¿En cuántos quetzales se puede incrementar o reducir el valor actual del boleto para obtener el máximo ingreso posible?

35. Una ventana está formada por un rectángulo con un semicírculo sobrepuesto como se muestra en la figura. Si el perímetro de la ventana es de 48 pies, obtenga las dimensiones de la misma de tal forma que el área total sea máxima.



36. Un alambre de 10 cm de largo se cortará en dos partes, con la primera de ellas se formará un cuadrado y con la segunda un círculo. Determine en donde debe cortarse el alambre de tal forma que la suma de las áreas de las dos figuras sea mínima.

37. Un alambre de 10 cm de largo se cortará en dos partes, con la primera de ellas se formará un cuadrado y con la segunda un triángulo equilátero. Determine en donde debe cortarse el alambre de tal forma que la suma de las áreas de las dos figuras sea mínima.

38. Un alambre de 10 cm de largo se cortará en dos partes, con la primera de ellas se formará un circulo y con la segunda un triángulo equilátero. Determine en donde debe cortarse el alambre de tal forma que la suma de las áreas de las dos figuras sea mínima.