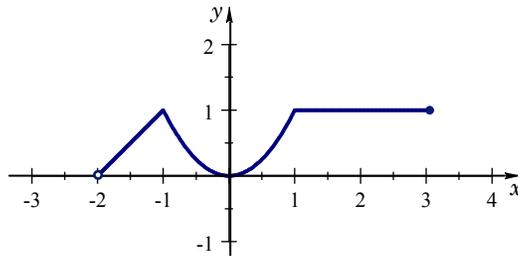


PROBLEMA RESUELTO 6

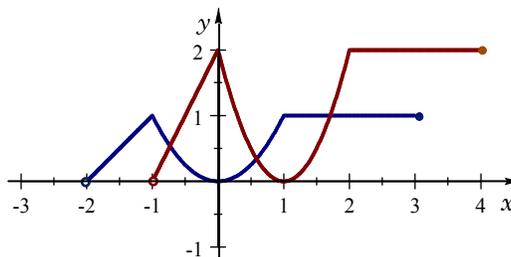
La figura muestra la gráfica de una función f



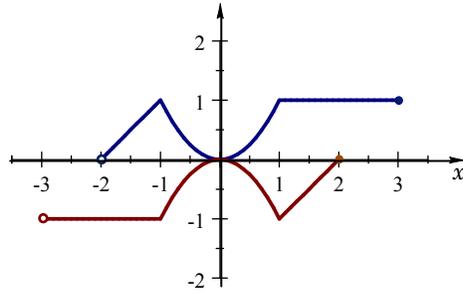
- Obtenga el dominio y el rango de la función.
- Dibuje la gráfica de la función $y = 2f(x - 1)$.
- Dibuje la gráfica de la función $y = -f(-x)$.
- Obtenga una función de varias fórmulas para la gráfica dada.

Solución

- El dominio de esta función es $(-2, 3]$, ya que como se observa todos los valores de x están en ese intervalo, el rango de la función es $(0, 1]$ ya que todas las imágenes de la función se localizan en ese intervalo.
- La gráfica $2f(x - 1)$ desplaza la gráfica original 1 unidad hacia la derecha y la amplifica al doble en el eje y . Nuevamente se muestra en color azul la función original y en color rojo la función transformada.



- La gráfica $-f(-x)$ es una reflexión en ambos ejes de la gráfica original, se muestra en color rojo en la figura siguiente



- d. Observe que la primera fórmula es una recta con pendiente 1 y que pasa por el punto $(-2,0)$, por lo que la fórmula correspondiente es

$$y - 0 = 1(x + 2)$$

$$y = x + 2$$

El dominio de esta primera parte es el intervalo $-2 < x < -1$

La segunda parte de la gráfica corresponde a una parábola con vértice en el origen, cuya ecuación es

$$y = x^2$$

El dominio de la segunda fórmula es el intervalo $-1 \leq x \leq 1$

La tercera parte de la gráfica es una recta horizontal con dominio $1 < x \leq 3$ cuya fórmula es

$$y = 1$$

Al integrar las 3 fórmulas con sus correspondientes dominios en una sola función obtenemos la respuesta buscada

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } -2 < x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

