

PROBLEMA RESUELTO 4

Encuentre todos los ceros del polinomio sabiendo que $2 + i$ es un cero del mismo

$$x^4 - 4x^3 + 14x^2 - 36x + 45$$

Solución

Como $2 + i$ es un cero del polinomio y éste tiene coeficientes reales, entonces su conjugado $2 - i$ también es un cero.

Utilizando división sintética para $2 + i$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & -4 & 14 & -36 & 45 & \\ & 2+i & -5 & 18+9i & -45 & \\ \hline 1 & -2+i & 9 & -18+9i & 0 & \end{array}$$

Las operaciones de complejos en la división sintética anterior son los siguientes

$$(-2 + i)(2 + i) = -4 + 2i - 2i + i^2 = -4 - 1 = -5$$

$$(-18 + 9i)(2 + i) = -36 - 18i + 18i + 9i^2 = -36 + 9(-1) = -45$$

Utilizando división sintética con el polinomio reducido y el cero conjugado $2 - i$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -2+i & 9 & -18+9i & \\ & 2-i & 0 & 18-9i & \\ \hline 1 & 0 & 9 & 0 & \end{array}$$

El nuevo polinomio reducido es

$$x^2 - 9$$

Del cual se obtiene que los otros dos ceros del polinomio son

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{-9}$$

$$x = \pm 3i$$

Se concluye que los cuatro ceros del polinomio son

$$2 + i, \quad 2 - i, \quad 3i, \quad -3i$$
