

PROBLEMA RESUELTO 3

Cierto libro se vende en a un precio de Q120. El autor recibe derechos del 8% por los primeros 10,000 ejemplares vendidos, 12% por los siguientes 10,000. Si las ventas pasan de los 20,000 ejemplares el autor recibe un bono de Q50,000 y 20% de comisión.

- Encuentre una función definida por varias fórmulas que exprese el ingreso I del autor en términos del número de libros vendidos x .
- Encuentre los ingresos si el autor vende 25,400 ejemplares.
- Dibuje la gráfica de la función.

Solución

- Los ingresos totales de la editorial son $120x$, donde x es el número de libros vendidos; del total de ingresos le corresponde al autor el 8% cuando las ventas son menores o iguales a 10,000 ejemplares.

$$\begin{aligned} I(x) &= 0.08(120)x, \quad 0 \leq x \leq 10,000 \\ &= 9.6x \end{aligned}$$

Si las ventas son mayores de 10,000 pero menores o iguales a 20,000 el autor recibe una comisión del 12%. Esta comisión es solo por las ventas adicionales ya que los primeros 10,000 tienen comisión del 8%. Por lo que el ingreso en este caso es

$$\begin{aligned} I(x) &= 96,000 + 0.12((120)(x - 10,000)), \quad 10,000 < x \leq 20,000 \\ &= 96,000 + 14.4(x - 10,000) \end{aligned}$$

Finalmente, si se venden más de 20,000 ejemplares el autor recibe la comisión de 8% por los primeros 10,000 más la comisión del 12% por los siguientes 10,000, un bono de Q50,000 y la comisión del 20% por las ventas que pasen los 20,000 ejemplares. En este caso el ingreso es

$$\begin{aligned} I(x) &= 96,000 + 144,000 + 50,000 + 0.2(120)(x - 20,000), \quad x > 20,000 \\ &= 290,000 + 24(x - 20,000) \end{aligned}$$

Al integrar las tres fórmulas en una sola función se obtiene

$$I(x) = \begin{cases} 9.6x & \text{si } 0 \leq x \leq 10,000 \\ 96,000 + 14.4(x - 10,000) & \text{si } 10,000 < x \leq 20,000 \\ 290,000 + 24(x - 20,000) & \text{si } x > 20,000 \end{cases}$$

- Si se venden 25,400 libros el ingreso se calcula evaluando en la tercera fórmula ya que x es mayor de 20,000.

$$\begin{aligned} I(25,400) &= 290,000 + 24(25,400 - 20,000) \\ &= 419,600 \end{aligned}$$

Por lo que el autor tendrá ingresos de Q419,600 si se venden 25,400 libros.

- Para dibujar la gráfica de la función se puede observar que cada una de las fórmulas es una función lineal, por lo cual la gráfica está compuesta por 3 segmentos rectos; a cada uno de los cuales les corresponde una ecuación diferente.

