PROBLEMA RESUELTO 3

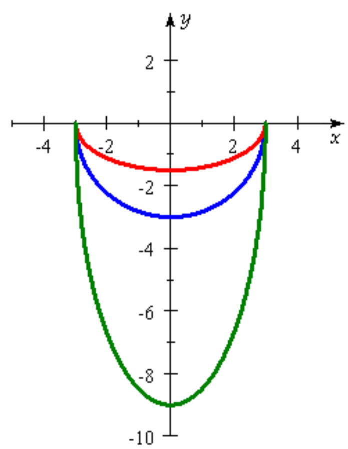
Dada la función $f(x)=\sqrt{9-x^2}$, dibuje la representación gráfica de la función que se indica para cada valor de c en un mismo sistema de coordenadas.

a. $y=-cf(x)$, para $c=\frac{1}{2},1,3$

b. $y=f(cx)+1$, para $c=\frac{1}{2},1,3$

Solución

a. La gráfica de la función $f(x)=-\sqrt{9-x^2}$ es la mitad inferior de una circunferencia con centro en el origen y radio 3, se muestra en color azul en la figura. La gráfica de la función $f(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{9-x^2}$ es la misma circunferencia comprimida a la mitad en el eje y ya que el factor es $c=\frac{1}{2}$, se muestra en color rojo. La gráfica de $f(x)=-3\sqrt{9-x^2}$ amplifica 3 veces la semicircunferencia pues tiene un factor $c=3$, se muestra de color verde en la figura siguiente



b. La constante c en la gráfica de la función $g(x)=\sqrt{9-(cx)^2}$ produce una compresión o estiramiento horizontal sobre la gráfica de la función original $f(x)=\sqrt{9-x^2}$, que es la mitad superior de una circunferencia de radio 3 y centro en el origen. Para $c=1$, se obtiene la función $y=\sqrt{9-x^2}+1$, que es una semicircunferencia desplazada una unidad hacia arriba, se muestra de color azul en la figura.

Para $c=\frac{1}{2}$ se obtiene $y=\sqrt{9-\left(\frac{1}{2}x\right)^2}+1$; siendo la gráfica una semicircunferencia estirada al doble y desplazada una unidad hacia arriba, que se muestra en color rojo en la figura.

Para $c = 3$ se obtiene la función $y = \sqrt{9 - (3x)^2} + 1$, cuya gráfica es una semicircunferencia comprimida a una tercera parte y desplazada una unidad hacia arriba. Se muestra en color verde en la figura siguiente.