

PROBLEMA RESUELTO 3

Resuelva la ecuación exponencial

$$\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = 3$$

Solución

Eliminando los exponentes negativos y haciendo la sustitución $u = e^x$

$$\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = 3$$

$$\frac{e^x + \frac{1}{e^x}}{e^x - \frac{1}{e^x}} = 3$$

$$\frac{u + \frac{1}{u}}{u - \frac{1}{u}} = 3$$

Efectuando operaciones y resolviendo la ecuación resultante

$$\frac{\frac{u^2 + 1}{u}}{u^2 - 1} = 3$$

$$\frac{u^2 + 1}{u^2 - 1} = 3$$

$$u^2 + 1 = 3u^2 - 3$$

$$2u^2 = 4$$

$$u = \pm\sqrt{2}$$

Ahora que se ha resuelto la ecuación para u , hay que encontrar los valores correspondientes de x .

Para $u = \sqrt{2}$ se tiene

$$e^x = u$$

$$e^x = \sqrt{2}$$

$$\ln(e^x) = \ln\sqrt{2}$$

$$x \ln e = \ln\sqrt{2}$$

$$x = \ln\sqrt{2} = \frac{1}{2}\ln 2$$

Para $u = -\sqrt{2}$ la ecuación no tiene solución ya que la función exponencial natural es siempre mayor que cero.
