PROBLEMA RESUELTO 2

Dada la función cuadrática

$$f(x) = -5x^2 - 6x + 3$$

a. Utilice la fórmula cuadrática para encontrar las raíces de f.

b. Utilice la fórmula del vértice para encontrar el valor máximo o mínimo de la función.

c. Dibuje la representación gráfica.

Solución

a. Al utilizar la fórmula cuadrática para resolver la ecuación $-5x^2 - 6x + 3 = 0$, se obtienen las raíces de la función, es decir los puntos donde la gráfica intercepta al eje x.

Multiplicando ambos lados por –1 y luego usando la fórmula general

$$5x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(5)(-3)}}{(2)(5)} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 60}}{10} = \frac{-6 \pm \sqrt{96}}{10} = \frac{-6 \pm 4\sqrt{6}}{10}$$

$$x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{6}}{5}$$

De donde las raíces de la función cuadrática son

$$x = \frac{-3 - 2\sqrt{6}}{5} \approx -1.58 \quad \text{y} \quad x = \frac{-3 + 2\sqrt{6}}{5} \approx 0.39$$

b. La coordenada x del vértice es

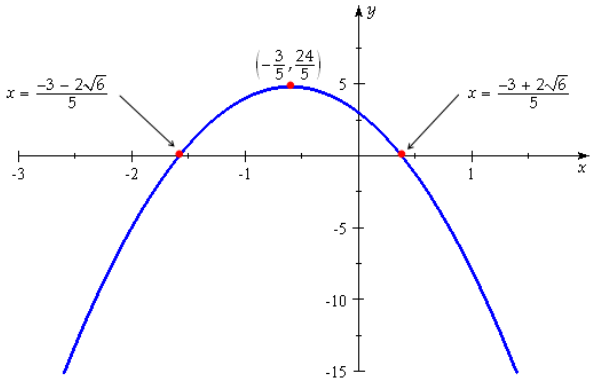
$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2(-5)} = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

La coordenada y del vértice es

$$k = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -5\left(-\frac{3}{5}\right)^2 - 6\left(-\frac{3}{5}\right) + 3 = -\frac{9}{5} + \frac{18}{5} + 3 = \frac{24}{5}$$

Por lo que el vértice se localiza en el punto $(h,k) = \left(-\frac{3}{5}, \frac{24}{5}\right) \approx (-0.6, 4.8)$

Cómo la parábola abre hacia abajo el valor máximo es $y = \frac{24}{5}$. La figura siguiente muestra la gráfica de la parábola.


$\left(-\frac{3}{5}, \frac{24}{5}\right)$
$x = \frac{-3 - 2\sqrt{6}}{5}$
$x = \frac{-3 + 2\sqrt{6}}{5}$
y
x
5
-5
-10
-15
-3
-2
-1
1