PROBLEMA RESUELTO 2

Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{3x}{x+4} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{x}{x-4},$$

a. Calcule $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(fg)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$.

b. El dominio de $f+g$, $f-g$, fg.

c. El dominio de f/g.

Solución

a. $$(f+g)(x) = \frac{3x}{x+4} + \frac{x}{x-4} = \frac{3x(x-4)+x(x+4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{4x^2-8x}{(x+4)(x-4)}$$

$$(f-g)(x) = \frac{3x}{x+4} - \frac{x}{x-4} = \frac{3x(x-4)-x(x+4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{2x^2-16x}{(x+4)(x-4)}$$

$$(fg)(x) = \frac{3x}{x+4} \cdot \frac{x}{x-4} = \frac{(3x)(x)}{(x+4)(x-4)} = \frac{3x^2}{(x+4)(x-4)}$$

$$(f/g)(x) = \frac{3x}{x+4} \div \frac{x}{x-4} = \frac{(3x)(x-4)}{(x+4)(x)} = \frac{3(x-4)}{x+4}$$

b. Para calcular el dominio de las funciones resultantes primero debemos obtener el dominio de las funciones f y g. El dominio de f está formado por todos los números reales excepto $x=-4$ ya que hace cero el denominador es decir que

$$\text{Dominio de } f\text{:} \quad (-\infty,-4)\cup(-4,\infty)$$

De forma similar se obtiene que el dominio de g es: $(-\infty,4)\cup(4,\infty)$

El dominio de $f+g, f-g$ y fg es la intersección de los dominios de f y g, es decir todos los números reales excepto $x=-4$ y $x=4$. En forma de intervalo

$$(-\infty,-4)\cup(-4,4)\cup(4,\infty)$$

c. El dominio de la función f/g es la intersección de los dominios de f y g excepto los números para los cuales $g(x)=0$. Como $g(x)=\frac{x}{x-4}=0$ cuando $x=0$, se tiene que el dominio de f/g son todos los números reales exceptuando $x=-4$, $x=0$ y $x=4$.

En forma de intervalo

$$(-\infty,-4)\cup(-4,0)\cup(0,4)\cup(4,\infty)$$