

PROBLEMA RESUELTO 2

Utilice la definición de función inversa para probar que las funciones

$$f(x) = \frac{2x}{x+4} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{4x}{2-x}$$

son funciones inversas

Solución

La definición establece que dos funciones son inversas si $f(g(x)) = g(f(x)) = x$

Efectuando los cálculos se tiene

$$f(g(x)) = f\left(\frac{4x}{2-x}\right) = \frac{2\left(\frac{4x}{2-x}\right)}{\left(\frac{4x}{2-x}\right)+4} = \frac{\frac{8x}{2-x}}{\frac{4x+4(2-x)}{2-x}} = \frac{\frac{8x}{2-x}}{\frac{8}{2-x}} = \frac{8x(2-x)}{8(2-x)} = x$$

$$g(f(x)) = g\left(\frac{2x}{x+4}\right) = \frac{4\left(\frac{2x}{x+4}\right)}{2-\left(\frac{2x}{x+4}\right)} = \frac{\frac{8x}{x+4}}{\frac{2(x+4)-2x}{x+4}} = \frac{\frac{8x}{x+4}}{\frac{8}{x+4}} = \frac{8x(x+4)}{8(x+4)} = x$$

Como en ambos casos el resultado es igual a x , se concluye que f y g son funciones inversas una de la otra.
