

PROBLEMA RESUELTO 1

Dibuje la representación gráfica de la función polinomial

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

Solución

En este caso se puede factorizar el polinomio para encontrar sus ceros

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \\ &= (x^3 + 2x^2) - (4x + 8) \\ &= x^2(x + 2) - 4(x + 2) \\ &= (x + 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x + 2)(x - 2) \\ &= (x + 2)^2(x - 2) \end{aligned}$$

Los ceros se obtienen al igualar el polinomio a cero, es decir

$$(x + 2)^2(x - 2) = 0$$

de donde obtenemos que los ceros del polinomio son

$$x = -2 \text{ de multiplicidad } 2$$

$$x = 2 \text{ de multiplicidad } 1.$$

Por lo tanto las intersecciones con el eje x están en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$.

La intersección con el eje y se encuentra sustituyendo $x = 0$,

$$f(0) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = (0)^3 + 2(0)^2 - 4(0) - 8 = -8$$

Obteniendo $f(0) = -8$. Por lo que la intersección con el eje y es en el punto $(0, -8)$

La representación gráfica del polinomio inicia con valores de $f(x)$ negativos cuando x es negativa ya que el grado del polinomio es impar y el coeficiente principal es positivo. La gráfica es tangente al eje x en $x = -2$, ya que es una raíz de multiplicidad par. En $x = 2$ la gráfica solamente corta al eje x , pues la multiplicidad de esta raíz es 1. La figura muestra la gráfica del polinomio, que se ha construido con la ayuda del programa Scientific Notebook

