

PROBLEMA RESUELTO 1

Encuentre la forma estándar y dibuje la representación gráfica de la función cuadrática cuya ecuación es

$$y = -2x^2 + 12x - 17$$

Solución

Agrupando los términos en x para completar cuadrados se tiene

$$y = (-2x^2 + 12x) - 17$$

$$y = -2(x^2 - 6x) - 17$$

Sumando 9 dentro del paréntesis en el lado derecho (realmente se está restando 18 ya que -2 afecta a cualquier número dentro del paréntesis) y sumando 18 en el mismo lado derecho. Luego factorizando el trinomio cuadrado perfecto se obtiene

$$\begin{aligned} y &= -2(x^2 - 6x) - 17 \\ &= -2(x^2 - 6x + 9) - 17 + (2)(9) \\ &= -2(x - 3)^2 + 1 \end{aligned}$$

De donde la parábola tiene vértice en el punto $(h,k) = (3,1)$ y abre hacia abajo.

Para dibujar la gráfica es muy útil encontrar las intersecciones con los ejes de coordenadas.

Las intersecciones con el eje x , o ceros de la función se obtienen haciendo $y = 0$ y despejando x .

$$\begin{aligned} 0 &= -2(x - 3)^2 + 1 \\ 2(x - 3)^2 &= 1 \\ (x - 3)^2 &= \frac{1}{2} \\ x - 3 &= \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \\ x &= 3 \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Por lo que la parábola intercepta al eje x en los puntos $\left(3 + \sqrt{\frac{1}{2}}, 0\right)$ y $\left(3 - \sqrt{\frac{1}{2}}, 0\right)$.

O dicho de otra forma los ceros o raíces de la función son $x = 3 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ y $x = 3 - \sqrt{\frac{1}{2}}$

Las intersecciones con el eje y se encuentra haciendo $x = 0$ y despejando y

$$y = -2(0 - 3)^2 + 1 = -18 + 1 = -17$$

Por lo que la parábola intercepta al eje y en el punto $(0, -17)$

La figura siguiente muestra la gráfica de la función cuadrática

