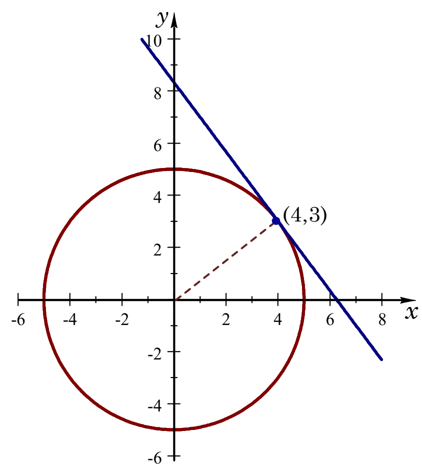
PROBLEMA RESUELTO 5

a. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ en el punto $(4,3)$.

b. Encuentre el punto en donde la recta del inciso anterior corta al eje y.

Solución

a. La siguiente figura muestra la gráfica de la circunferencia y la recta tangente en el punto. Observe que el punto $(4,3)$ está en la circunferencia ya que satisface su ecuación $x^2 + y^2 = 25$



La pendiente de la recta que pasa por el origen y por el punto $(4,3)$, es

$$m_1 = \frac{3-0}{4-0} = \frac{3}{4}$$

Como el radio es perpendicular a la tangente en el punto $(4,3)$, el producto de sus pendientes es igual a -1. Llamando m_2 a la pendiente de la recta tangente se tiene

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$$

La ecuación de la recta que pasa por el punto $(4,3)$ y tiene pendiente $-\frac{4}{3}$ es

$$y - 3 = -\frac{4}{3}(x-4)$$

$$3y - 9 = -4x + 16$$

$$4x + 3y - 25 = 0$$

b. Para encontrar el intercepto con el eje y se sustituye $x = 0$

$$4(0) + 3y - 25 = 0$$

$$y = \frac{25}{3}$$

El punto donde la tangente intercepta al eje y es $\left(0, \frac{25}{3}\right)$