3.3 Rectas

OBJETIVOS

- Encontrar la ecuación de una recta, dados algunos elementos de ella y dibujar su representación gráfica.
- Determinar si dos rectas son paralelas o perpendiculares.
- Encontrar las coordenadas del punto de intersección de dos rectas.
- Resolver problemas cuyo planteamiento requiere la construcción de un modelo lineal.

La definición dada en la geometría plana de línea recta no es de mucha ayuda en geometría analítica, pero lo que sí está claro es que hay una única recta que pasa por dos puntos. Como una recta es un objeto geométrico, al colocarla en un sistema de coordenadas debe tener una ecuación de la misma manera que la tiene una circunferencia.

Para obtener la ecuación de la recta primero es necesario definir el concepto de pendiente de una recta

Pendiente de una recta

El concepto de pendiente es fundamental en el estudio de las rectas y se define como

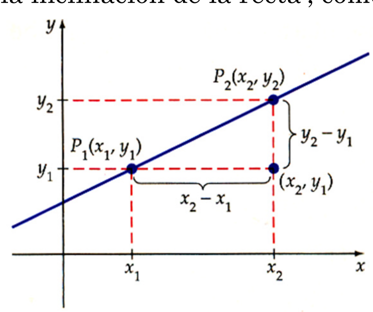
PENDIENTE DE UNA RECTA

La **pendiente** m de una recta que pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, está dada por

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

donde $x_1 \neq x_2$

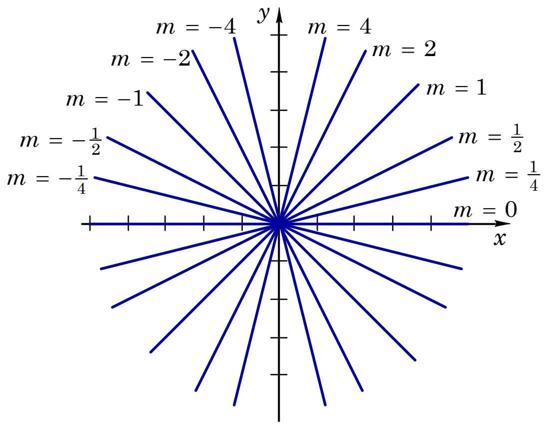
La pendiente es una medida de la inclinación de la recta , como se ilustra en la figura siguiente



Cuando $x_1 = x_2$ la pendiente no está definida y corresponde al caso especial de una recta vertical, cuando $y_1 = y_2$ la pendiente es igual a cero y corresponde al caso particular de una recta horizontal.

El numerador $\Delta y = y_2 - y_1$ es el desplazamiento vertical y $\Delta x = x_2 - x_1$ es el desplazamiento horizontal desde el punto P_1 al punto P_2. De esta forma la pendiente m puede interpretarse como el desplazamiento vertical dividido entre el desplazamiento vertical.

La pendiente de una recta es positiva al observar la recta de izquierda a derecha los valores de y aumentan. La pendiente es negativa si al observar la recta de izquierda a derecha los valores de y disminuyen. En la siguiente figura se muestran varias rectas y el valor de su pendiente.

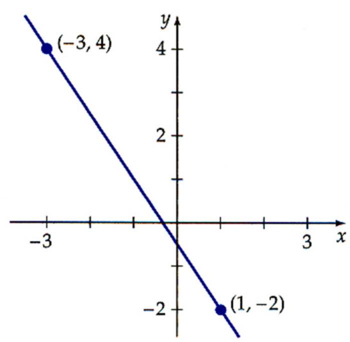


Ejemplo 1: pendiente y representación gráfica de una recta

Dibuje la representación gráfica y encuentre la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-3,4)$ y $(1,-2)$

Solución

La figura siguiente muestra la gráfica de la recta

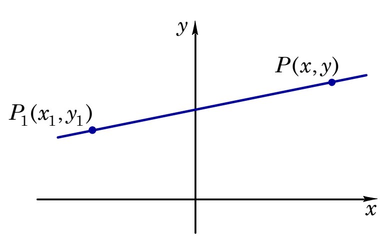


Ahora se utiliza la fórmula para calcular la pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-(-2)}{-3-(1)} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

Ecuación de la recta

Para obtener la ecuación de una l recta que pasa por el punto $P_1(x_1, y_1)$ y tiene pendiente m, considere un punto cualquiera $P(x, y)$ que esté sobre la recta como se muestra en la figura siguiente



Como la pendiente de una recta es única, es claro que al calcular la pendiente entre los puntos P y P_1 debe ser igual a m, es decir

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

La ecuación anterior puede escribirse como

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Que es conocida como la **forma punto-pendiente** de una recta.

LA FORMA PUNTO-PENDIENTE DE UNA RECTA

La ecuación de una recta que pasa por el punto $P(x_1, y_1)$ y que tiene pendiente m es

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

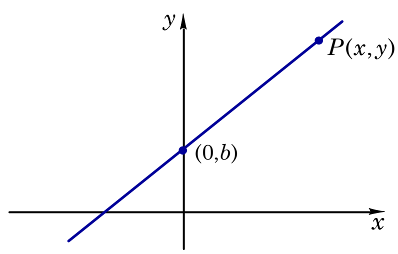
Al despejar y en la ecuación anterior y ordenar algunos términos se obtiene la ecuación

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y &= m(x - x_1) + y_1 \\ y &= mx - mx_1 + y_1 \\ y &= mx + (-mx_1 + y_1) \end{aligned}$$

Si en la ecuación anterior se sustituye $b = -mx_1 + y_1$ se obtiene la ecuación

$$y = mx + b$$

Llamada **forma pendiente ordenada en el origen** de la recta, ya que al hacer $x = 0$, se obtiene $y = b$ que es la intercepción de la recta con el eje y como se muestra en la figura siguiente



LA FORMA PENDIENTE ORDENADA EN EL ORIGEN

La ecuación de una recta que tiene pendiente m e intercepción con el eje y en el punto $(0, b)$ es

$$y = mx + b$$

Si en la ecuación punto-pendiente de la recta se trasladan todos los términos al lado izquierdo u se iguala a cero, se obtiene la ecuación

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y &= m(x - x_1) + y_1 \end{aligned}$$

$$y = mx - mx_1 + y_1$$

$$y = mx + (-mx_1 + y_1)$$

$$mx - y + (-mx_1 + y_1) = 0$$

Esta última ecuación se puede expresar en la forma $Ax + By + C = 0$, llamada ecuación general de la recta.

La ecuación general de la recta

La ecuación de una recta puede representarse en la forma general

$$Ax + By + C = 0$$

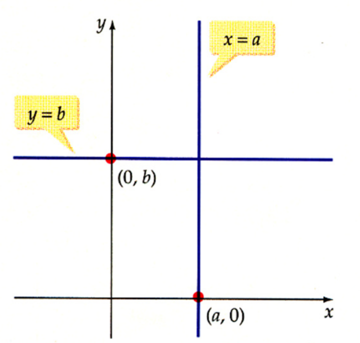
donde A, B, y C son constantes. A y B no pueden ser igual a cero simultáneamente.

La ecuación de la recta tiene dos casos especiales, el de la recta horizontal, cuya pendiente es cero y el de la recta vertical cuya pendiente no está definida.

La ecuación general de la recta

1. La gráfica de la ecuación $y = b$ es una recta horizontal que pasa por el punto $(0, b)$ y tiene pendiente $m = 0$.
2. La gráfica de la ecuación $x = a$ es una recta vertical que pasa por el punto $(a, 0)$ y su pendiente no está definida.

La siguiente figura muestra las gráficas de las rectas horizontal y vertical



Ejemplo 2: Ecuación y gráfica de la recta

Encuentre la ecuación general y dibuje la gráfica de la recta que satisface las condiciones siguientes:

a. Pasa por el punto $(-3, 2)$ y tiene pendiente -4.

b. Pasa por los puntos $(7, 11)$ y $(2, -1)$

Solución

a. Para encontrar la ecuación de una recta, generalmente se utiliza la forma punto-pendiente

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

Como se conoce el punto $(-3,2)$ y la pendiente $m = -4$, solamente hay que sustituirlos en la ecuación

$$y - (2) = -4(x - (-3))$$

$$y - 2 = -4(x + 3)$$

Para obtener la ecuación general se desarrollan los productos y se trasladan todos los términos al lado izquierdo

$$y - 2 = -4x - 12$$

$$y - 2 + 4x + 12 = 0$$

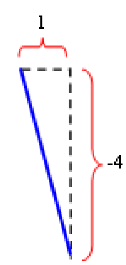
$$4x + y + 10 = 0$$

La gráfica de una recta se puede construir de varias formas. En este ejemplo se utilizará el punto dado y el concepto de pendiente interpretada como $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

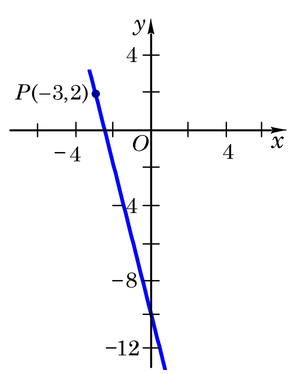
Como la pendiente es $m = -4$ se tiene

$$m = -4 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{1}$$

Como $\Delta x = 1$ y $\Delta y = -4$, se tiene que la pendiente de la recta se desplaza hacia la derecha 1 unidad y baja 4 unidades ya que Δy es negativo. La figura siguiente ilustra estas variaciones



Trazando una recta con esta pendiente y que pase por el punto $(-3,2)$ dado se obtiene la gráfica siguiente



b. Para encontrar la ecuación de una recta que pasa por los puntos $(7,11)$ y $(2,-1)$, primero se calcula la pendiente y luego se procede como en el inciso anterior, la pendiente es

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - (-1)}{7 - (2)} = \frac{12}{5}$$

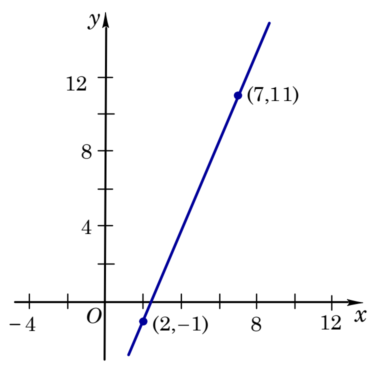
Ahora se encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto $(7,11)$ y tiene pendiente $\frac{12}{5}$, usando la ecuación punto-pendiente (se puede usar cualquiera de los dos puntos)

$$y - 11 = \frac{12}{5}(x - 7)$$

Desarrollando productos y simplificando se obtiene la ecuación general

$$5(y - 11) = 12(x - 7)$$
$$5y - 55 = 12x - 84$$
$$5y - 55 - 12x + 84 = 0$$
$$12x - 5y - 29 = 0$$

Para construir la gráfica se utilizan los puntos dados



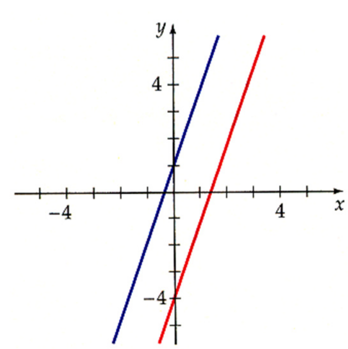
Rectas paralelas y rectas perpendiculares

Los conceptos de rectas paralelas y rectas perpendiculares son fundamentales en la solución de problemas que involucran rectas, pues permiten establecer relaciones entre dos o más rectas. Dos rectas que se encuentran en un mismo plano y no se intersectan son paralelas. Por ejemplo, todas las rectas horizontales son paralelas unas con otras y todas las rectas verticales también son paralelas entre sí

RECTAS PARALELAS

La recta l_1 y la recta l_2 son paralelas si y solo si $m_1 = m_2$

Las rectas que se muestran en la figura siguiente son paralelas

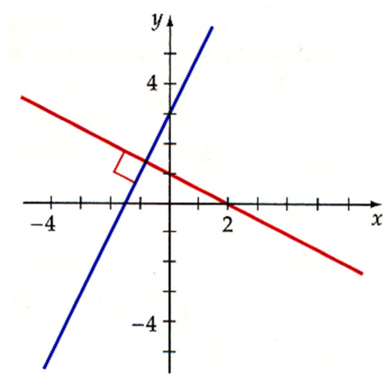


Dos rectas son perpendiculares si y solo si se intersectan formando ángulos de 90º. Por ejemplo en el plano de coordenadas, una recta horizontal y una vertical son perpendiculares

Rectas perpendiculares

La recta l_1 y la recta l_2 son perpendiculares si y solo si $m_1 \cdot m_2 = -1$, o en forma equivalente si $m_2 = -\frac{1}{m_1}$

La figura siguiente muestra la representación gráfica de dos rectas perpendiculares



Ejemplo 3: Encontrando la ecuación de una recta perpendicular a otra

Encuentre la ecuación general y dibuje la gráfica de la recta que tiene intercepto con el eje x igual a -5 y que es perpendicular a la recta cuya ecuación es $2x + 5y = 7$.

Solución

Como la recta buscada tiene intercepto con el eje x igual a -5, entonces pasa por el punto $(-5,0)$. Por otro lado, si es perpendicular a la recta $2x + 5y = 7$, el producto de sus pendientes es igual a -1.

Para encontrar la pendiente de la recta $2x + 5y = 7$ se despeja y

$$2x + 5y = 7$$

$$5y = -2x + 7$$

$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$$

Es decir que la pendiente de la recta dada es $m_1 = -\frac{2}{5}$

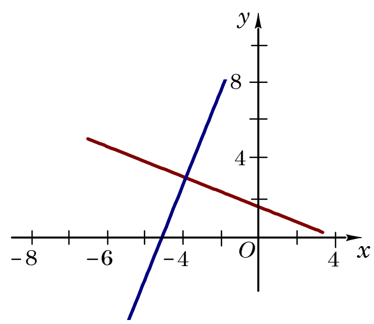
Si ahora se le llama m_2 a la pendiente de la recta que se busca, se tiene que

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{-\frac{2}{5}} = \frac{5}{2}$$

Ahora ya se tiene la pendiente y un punto y se puede usar la ecuación punto-pendiente para encontrar la ecuación de la recta

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - (0) = \frac{5}{2}(x - (-5))$$
$$y = \frac{5}{2}(x + 5)$$
$$2y = 5x + 25$$
$$5x - 2y + 25 = 0$$

La siguiente figura muestra la gráfica de la recta dada en color negro y en color azul la gráfica de la recta que se estaba buscando



Algunos problemas de rectas están relacionados con circunferencias, rectas paralelas y perpendiculares, como se ilustra en el ejemplo que sigue

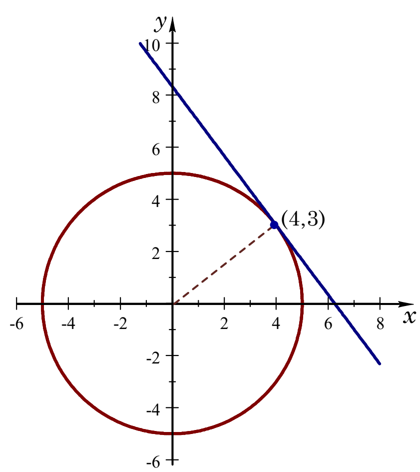
Ejemplo 4: Recta tangente a una circunferencia

a. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ en el punto $(4,3)$.

b. Encuentre el punto en donde la recta del inciso anterior intersecta al eje y.

Solución

a. La siguiente figura muestra la gráfica de la circunferencia y la recta tangente en el punto $(4,3)$



La pendiente de la recta que pasa por el origen y por el punto $(4,3)$, es

$$m_1 = \frac{3-0}{4-0} = \frac{3}{4}$$

Como el radio es perpendicular a la tangente en el punto $(4,3)$, el producto de sus pendientes es igual a -1. Llamando m_2 a la pendiente de la recta tangente se tiene

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$$

La ecuación de la recta que pasa por el punto $(4,3)$ y tiene pendiente $-\frac{4}{3}$ es

$$y - 3 = -\frac{4}{3}(x-4)$$

$$3y - 9 = -4x + 16$$

$$4x + 3y - 25 = 0$$

b. Para encontrar el intercepto con el eje y se sustituye $x = 0$

$$4(0) + 3y - 25 = 0$$

$$y = \frac{25}{3}$$

El punto donde la tangente intercepta al eje y es $\left(0, \frac{25}{3}\right)$

Ejemplo 5: Recta tangente a una circunferencia

Encuentre la ecuación de la recta que es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 14x - 8y - 35 = 0$, y que pasa por el punto $(11,5)$. Dibuje la gráfica de la circunferencia y la recta en un mismo sistema de coordenadas.

Solución

Completando cuadrados para encontrar el centro y el radio de la circunferencia se tiene

$$x^2 + y^2 + 14x - 8y - 35 = 0$$

$$(x^2 + 14x) + (y^2 - 8y) = 35$$

$$(x^2 + 14x + 49) + (y^2 - 8y + 16) = 35 + 49 + 16$$

$$(x+7)^2 + (y-4)^2 = 100$$

Por lo que la circunferencia tiene centro en el punto $C(-7,4)$ y radio $r = \sqrt{100} = 10$

Ahora se comprobará si el punto $(11,5)$ se encuentra en la circunferencia, esto se hace sustituyendo $x = 3$ y $y = -1$ en la ecuación

$$(x+7)^2 + (y-4)^2 = 100$$

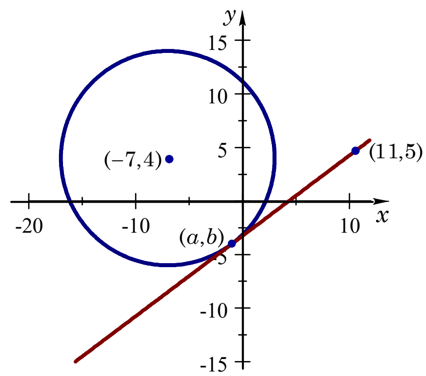
$$(11+7)^2 + (5-4)^2 = 100$$

$$289 + 1 = 100$$

$$290 = 100$$

Como se obtiene una proposición falsa, el punto $(11,5)$ no está en la circunferencia.

Sea $P(a,b)$ el punto donde la recta buscada toca a la circunferencia, como se ilustra en la gráfica siguiente



La pendiente de la recta que pasa por el punto P y por el centro C de la circunferencia es

$$m_1 = \frac{b-4}{a-(-7)} = \frac{b-4}{a+7}$$

La pendiente de la recta que se está buscando es

$$m_2 = \frac{b-5}{a-11}$$

Como el radio y la tangente son perpendiculares, el producto de sus pendientes es -1

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\left(\frac{b-4}{a+7}\right)\left(\frac{b-5}{a-11}\right) = -1$$

Al desarrollar productos y simplificar la ecuación anterior se obtiene

$$(b-4)(b-5) = -1(a+7)(a-11)$$

$$b^2 - 9b + 20 = -a^2 + 4a + 77$$

$$a^2 + b^2 - 4a - 9b + 20 = 0 \qquad (1)$$

El punto $P(a,b)$ está en la circunferencia, por lo tanto satisface la ecuación de la misma, al sustituirlo en la ecuación se obtiene

$$x^2 + y^2 + 14x - 8y - 35 = 0$$

$$a^2 + b^2 - 14a - 8b - 35 = 0 \qquad (2)$$

Restando las dos ecuaciones 1 y 2

$$\left.\begin{array}{r} a^2 + b^2 - 4a - 9b - 57 = 0 \\ a^2 + b^2 + 14a - 8b - 35 = 0 \end{array}\right| -$$

$$-18a - b - 22 = 0$$

Al despejar b se tiene que $b = -18a - 22$. Sustituyendo en la ecuación 1 y simplificando

$$a^2 + b^2 + 14a - 8b - 35 = 0$$
$$a^2 + (-18a - 22)^2 + 14a - 8(-18a - 22) - 35 = 0$$
$$a^2 + 324a^2 + 792a + 484 + 14a + 144a + 176 - 35 = 0$$
$$325a^2 + 950a + 625 = 0$$
$$13a^2 + 38a + 25 = 0$$

Resolviendo la ecuación anterior por fórmula general se obtiene el valor de a

$$a = \frac{-38 \pm \sqrt{(-38)^2 - 4(13)(25)}}{2(13)} = \frac{-38 \pm \sqrt{144}}{26} = \frac{-38 \pm 12}{26}$$

Por lo que a tiene dos valores que son $a = -1$ y $a = -\frac{25}{13}$, lo que indica que hay dos rectas que pasan por el punto $(11,5)$ y son tangentes a la circunferencia.

Para $a = -1$

$$b = -18a - 22 = -18(-1) - 22 = 18 - 22 = -4$$

El punto de tangencia es $(-1,-4)$.

Como ya se tienen dos puntos de la recta $(-1,-4)$ y $(11,5)$ se encuentra fácilmente que la ecuación de la recta tangente es

$$y - 5 = \frac{3}{4}(x - 11)$$
$$4y - 20 = 3x - 33$$
$$3x - 4y - 13 = 0$$

Para $a = -\frac{25}{13}$

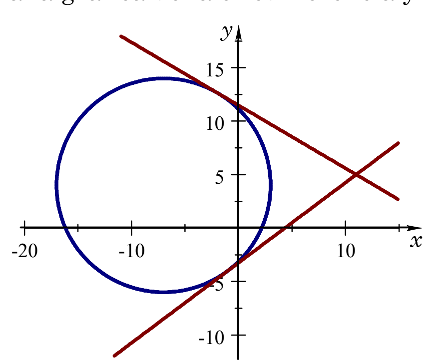
$$b = -18a - 22 = -18(-\frac{25}{13}) - 22 = \frac{450}{13} - 22 = \frac{164}{13}$$

El punto de tangencia es $\left(-\frac{25}{13}, \frac{164}{13}\right)$

La ecuación de la recta tangente es la que pasa por los puntos $\left(-\frac{25}{13}, \frac{164}{13}\right)$ y $(11,5)$

$$y - 5 = \frac{-33}{56}(x - 11)$$
$$33x + 56y - 643 = 0$$

La siguiente figura muestra la gráfica de la circunferencia y las dos rectas tangentes.



En muchas aplicaciones es necesario encontrar la ecuación de una recta que sirva de modelo a un problema real, como se ilustra en el ejemplo siguiente

Ejemplo 6: Una aplicación de costos e ingresos

Una empresa dedicada a la renta de camiones ha comprado un camión a un precio de Q156,000, y el camión tiene un costo de mantenimiento de Q54 diarios.

a. Encuentre una ecuación lineal que relacione el costo total C del camión con el tiempo t expresado en días.

b. Si el camión se alquila a un precio de Q440 diarios, encuentre una ecuación lineal que relacione el Ingreso I con el tiempo t en días suponiendo que el camión siempre está rentado.

c. Encuentre el tiempo t, en días, necesario para que la empresa recupere la inversión realizada en el camión.

d. Dibuje la representación gráfica de los ingresos y los costos en un mismo rectángulo de visualización

Solución

a. Cuando $t = 0$ la empresa ha gastado Q156,000 en la compra del camión, es decir que el punto $(0,156000)$ está en la ecuación de costos C. Por otro lado, los costos diarios son Q54, lo que indica que los costos totales aumentan Q54 por cada día transcurrido; por lo tanto la pendiente de la recta de costos es

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{54}{1} = 54$$

Teniendo la pendiente y un punto se puede obtener la ecuación lineal para los costos

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$C - 156{,}000 = 54(t - 0)$$

$$C = 54t + 156{,}000$$

b. Para $t = 0$ el ingreso es $I = 0$ ya que no se ha rentado el camión. Como el valor de la renta por día es de Q440, la ecuación del ingreso es una recta que pasa por el origen y tiene pendiente $m = 440$, por lo que la ecuación es

$$I = 440t$$

c. La empresa recuperara la inversión cuando los ingresos sean iguales a los costos, es decir que

$$I = C$$

$$440t = 54t + 156{,}000$$

Despejando t en la ecuación anterior se tiene

$$440t - 54t = 156{,}000$$

$$386t = 156{,}000$$

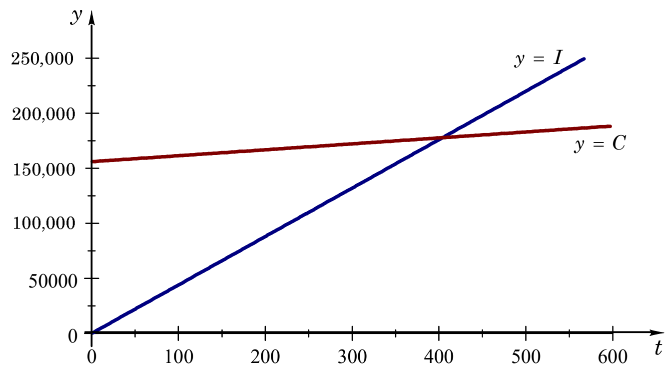
$$t = \frac{156{,}000}{386} = 404.145$$

Es decir que la empresa recuperará la inversión en aproximadamente 404 días

d. La siguiente figura muestra las gráficas de ingresos y costos en un mismo plano. Para dibujar ésta gráfica se pueden encontrar dos puntos para cada recta dándole valores a t.

La gráfica utiliza solo el primer cuadrante ya que el tiempo no puede ser negativo.

La recta en color azul representa los costos y la recta en color rojo representa los ingresos.



Ejercicios de la sección 3.3

En los ejercicios 1 a 6 obtenga la pendiente y trace la gráfica de la recta que pasa por los puntos dados.

1. $(3,4),\quad (1,7)$

2. $(-2,4),\quad (5,1)$

3. $(5,0),\quad (0,-2)$

4. $(-5,-1),\quad (-4,-3)$

5. $\left(-4,\frac{1}{2}\right),\quad \left(\frac{1}{3},-2\right)$

6. $\left(\frac{1}{2},4\right),\quad \left(\frac{7}{2},-\frac{3}{2}\right)$

En los ejercicios 7 a 25 encuentre la ecuación general y la ecuación pendiente ordenada en el origen de la recta que satisface las condiciones dadas.

7. Pendiente 4, pasa por el punto $(1,-2)$.

8. Pendiente $-\frac{1}{2}$, pasa por el punto $(4,0)$.

9. Pendiente 0, pasa por el punto $(1,-2)$.

10. Pasa por los puntos $(2,3)$ y $(4,8)$.

11. Pasa por los puntos $(\sqrt{2},\sqrt{3})$ y $(-\sqrt{3},\sqrt{2})$.

12. Pasa por los puntos $(\pi,\sqrt{3})$ y $(\pi+1,2\sqrt{3})$.

13. Pasa por los puntos $(-4,0)$ y $(-4,3)$.

14. Paralela al eje *y*, pasa por el punto $(4,-3)$.

15. Paralela al eje *x*, pasa por el punto $(1,-8)$.

16. Intercepto con el eje x en $x=-2$, intercepto con el eje *y* en $y=3$.

17. Intercepto con el eje x en $x=2$, intercepto con el eje *y* en $y=-5$.

18. Ordenada en el origen −3, pendiente −1.

19. Pasa por el punto $(4,-3)$ perpendicular a la recta $x=-3$.

20. Pasa por el punto $(4,0)$, paralela a la recta $3x-y-2=0$.

21. Pasa por el punto $(3,9)$, perpendicular a la recta $3x-y+1=0$.

22. Pasa por el punto $(3,-3)$, paralela a la recta que pasa por los puntos $(-1,2)$ y $(3,-1)$.

23. Pasa por el punto $(-3,-1)$, perpendicular a la recta que pasa por los puntos $(-1,2)$ y $(3,-1)$.

24. Pasa por el punto $(3,3)$, perpendicular a la recta $x=-1$.

25. Pasa por el punto $(3,3)$ perpendicular a la recta $y=-2$

En los ejercicios 26 a 30 encuentre el punto de intersección de las rectas y dibuje sus representaciones gráficas.

26. $y=2x-1,\quad y=3x+2$

27. $2x-3y=7,\quad 5x-2y=12$

28. $4x+5y-3=0,\quad x-3y+1=0$

29. $4x-y=2,\quad 2y=8x$

30. $y=-x+3,\quad 3x-4y=2$

31. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1,-2)$ y por el punto de intersección de las rectas $2x-2y-7=0$ y $5x-2y=12$.

32. Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas $y+x=3$ y $3x-4y=2$ y que es perpendicular a la recta con ecuación $y=x$.

33. Encuentre el valor de k de tal forma que la recta $kx - 3y - 10 = 0$ sea paralela a la recta $y = 2x + 4$.

34. Encuentre el valor de k de tal forma que la recta $3x - ky - 10 = 0$ sea perpendicular a la recta $y = 4 - 2x$.

35. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 23 = 0$ en el punto $(2,1)$.

36. Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(-1,-3)$ y $(-5,3)$, con centro sobre la recta $x - 2y + 2 = 0$.

37. Encuentre la ecuación de la circunferencia tangente al eje x en el punto $(4,0)$ y pasa por el punto $(7,1)$.

38. Encuentre la ecuación de la circunferencia tangente a la recta $4x - 3y - 2 = 0$ en el punto $(6,-1)$, y pasa por el punto $(6,1)$.

39. Encuentre la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto $(-1,4)$ y es tangente a la recta cuya ecuación es $5x + 12y + 9 = 0$.

40. Encuentre la ecuación de la circunferencia que es tangente a la recta cuya ecuación es $2x - y + 6 = 0$ en el punto $(-1,4)$ y tiene radio $3\sqrt{5}$. (Dos soluciones).

41. Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos. $(0,8)$, $(6,2)$ y $(12,14)$. (*Sugerencia*: utilice el hecho de que la recta que es perpendicular a una cuerda en su punto medio, pasa por el centro de la circunferencia).

42. El costo total para un fabricante está formado por costos fijos de Q8,000 más costos de producción de Q50 por unidad. Exprese el costo total C en términos del número x de unidades producidas. Dibuje la gráfica y calcule el costo total de producir 150 unidades.

43. Un plomero cobra Q100 por visita a domicilio más Q20 por hora de trabajo. Expresе el costo C de un trabajo que requiere x horas de tiempo, $0 \le x \le 8$. Si el plomero hizo un cobro de Q240, ¿cuántas horas tardó el trabajo?

44. Una empresa de alquiler de autos cobra Q320 por día más Q1.50 por kilómetro recorrido. Exprese el costo del alquiler de un auto en términos del número x de días. Calcule el costo al rentar un auto por 20 días.

45. La afiliación a un club privado de tenis cuesta Q1000 al año y le da derecho al socio de utilizar la cancha de juego por Q8 la hora. En otro club la filiación cuesta Q800 por año y el costo por hora de cancha es de Q12. Calcule cuántas horas debe jugar al año un tenista para que el costo anual sea el mismo en ambos clubes.

46. Una persona compra un horno de microondas por un valor de Q1,500. Si después de 5 años de uso el horno se vende por un valor de Q500. Exprese el valor V del horno en términos del tiempo t expresado en años, como una ecuación lineal. Estime el valor del horno a los dos años de uso.

47. Un visitador médico tiene un salario mensual de Q3,000 más una comisión del 5% sobre las ventas realizadas. Escriba una ecuación lineal que exprese el sueldo mensual S del vendedor en términos de las ventas mensuales x. Si en un mes recibió un sueldo de Q7,500, calcule el valor de las ventas realizadas.

48. Una temperatura de 0º Celsius es equivalente a 32º Fahrenheit, mientras que una temperatura de 100ºC es equivalente a una temperatura de 212ºF. Encuentre una ecuación lineal que exprese la relación entre grados Celsius y grados Fahrenheit.

49. La autopista de Escuintla al Puerto de San José tiene una longitud aproximada de 40 kilómetros y una pendiente aproximada de 0.9%. Encuentre una ecuación lineal que exprese la altura sobre el nivel del mar H de la carretera, en metros. En términos de la distancia x en kilómetros medida desde el puerto a Escuintla.

50. La presión atmosférica al nivel del mar es de 15 lb/pul^2, mientras que a una profundidad de 20 pies la presión sobre un buzo es de 23.7 lb/pul^2. Obtenga una ecuación lineal que exprese la presión sobre un buzo a una profundidad h en pies. Calcule la presión a una profundidad de 100 pies. Si la presión máxima soportada por un buzo es aproximadamente de 100 lb/pul^2. ¿Hasta qué profundidad pueden descender?