PROBLEMA RESUELTO 2

Determine el dominio de las siguientes funciones

a. $f(x) = 2x - x^2$

b. $G(t) = \dfrac{t}{t-4}$

c. $H(x) = \sqrt{1-2x}$

d. $A(r) = \pi r^2$, donde $A(r)$ es el área de un círculo.

Solución

a. La función $f(x) = 2x - x^2$, solo involucra operaciones de resta, potencias y producto; estas operaciones se pueden realizar con todos los números reales. Por lo tanto el dominio de la función son todos los números reales, es decir que el dominio es el intervalo $(-\infty, \infty)$.

b. La función $G(t) = \dfrac{t}{t-4}$, incluye en sus operaciones una división. Como la división entre 0 no está definida, cualquier valor de t, para el cual el denominador se haga cero no puede estar en el dominio. Cuando $t = 4$ el denominador es 0, por lo que $G(4)$ no está definida. Como $t = 4$ es el único número real en el que no se puede evaluar la función se concluye que el dominio está formado por todos los números reales excepto 4. Es decir que el dominio está formado por todos los números en el intervalo

$$(-\infty, 4) \cup (4, \infty)$$

c. La función $H(x) = \sqrt{1-2x}$, incluye en sus operaciones la raíz cuadrada. Para que las imágenes sean números reales es necesario que la expresión dentro del radical sea mayor o igual a cero, ya que en otro caso el resultado es un número complejo, por lo tanto

$$1 - 2x \geq 0$$

Al resolver la desigualdad anterior se obtiene que $x \leq \dfrac{1}{2}$. Por lo tanto el dominio de la función está formado por todos los números en el intervalo $\left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right]$.

d. La función $A(r) = \pi r^2$ está definida para todos los números reales, sim embargo como A representa el área de un círculo de radio r, es claro que el radio no puede tomar valores negativos. Por lo tanto el dominio de ésta función en un contexto geométrico es $\left[0, \infty\right)$.