

PROBLEMA RESUELTO 1

Encuentre la ecuación estándar, la ecuación general y dibuje la gráfica de la circunferencia que tiene centro en el punto $(1,-3)$ y que pasa por el punto $(4,-1)$.

Solución

Hay que encontrar una ecuación de la forma $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, en donde r es el radio y (h,k) es el centro. De los datos se tiene que $h = 1$ y $k = -3$. Para obtener el radio se debe calcular la distancia del punto $(4,-1)$ al centro $(1,-3)$

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\r &= \sqrt{(4 - 1)^2 + ((-1) - (-3))^2} \\r &= \sqrt{(3)^2 + (2)^2} \\r &= \sqrt{13}\end{aligned}$$

Sustituyendo los datos en la forma estándar de la ecuación se obtiene

$$\begin{aligned}(x - h)^2 + (y - k)^2 &= r^2 \\(x - 1)^2 + (y - (-3))^2 &= (\sqrt{13})^2 \\(x - 1)^2 + (y + 3)^2 &= 13\end{aligned}$$

Que es la ecuación estándar de la circunferencia. Al desarrollar los binomios se obtiene la ecuación general

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 + (y + 3)^2 &= 13 \\x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 &= 13 \\x^2 + y^2 - 2x + 6y - 3 &= 0\end{aligned}$$

La Gráfica de la ecuación se muestra en la figura siguiente,

