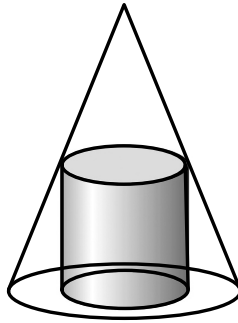


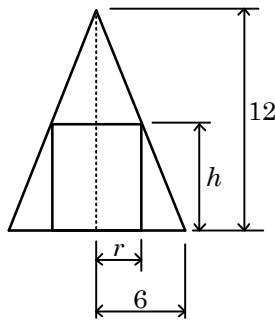
PROBLEMA RESUELTO 6

Se inscribe un cilindro circular recto dentro de un cono circular recto de radio 6 cm y altura 12 cm, como se muestra en la figura. Si la altura del cilindro es el doble de su radio, calcule el volumen dentro del cono y fuera del cilindro.



Solución

Sea r el radio del cilindro y h su altura. Al hacer un dibujo de la sección transversal que pasa por el eje de los sólidos se tiene



El triángulo de base 6 y altura 12 es semejante con el triángulo de base $6 - r$ y altura h , pues son triángulos rectángulos y tienen un ángulo común. Al utilizar la proporcionalidad de la altura con respecto a la base se obtiene

$$\frac{h}{12} = \frac{6 - r}{6}$$

Como la altura h del cilindro es igual al doble del radio, $h = 2r$, se tiene

$$\frac{2r}{12} = \frac{6 - r}{6}$$

$$2r = 12 - 2r$$

$$4r = 12$$

$$r = \frac{12}{4} = 3$$

Entonces el radio del cilindro es $r = 3$ cm y la altura es $h = 6$ cm.

Ahora se puede calcular el volumen dentro del cono y fuera del cilindro que no es más que el volumen del cono menos el volumen del cilindro.

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{cono}} - V_{\text{cilindro}} \\ &= \frac{1}{3}\pi R^2 H - \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3}\pi(6)^2(12) - \pi(3)^2(6) \\ &= 144\pi - 54\pi \\ &= 90\pi \end{aligned}$$

Respuesta:

El volumen dentro del cono y fuera del cilindro es $90\pi \text{ cm}^3$.
