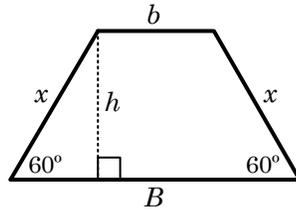


PROBLEMA RESUELTO 5

Un trapecio isósceles tiene área de $18\sqrt{3}$ cm² y perímetro de 24 cm. Si dos de los ángulos iguales tienen medida de 60° , calcule las dimensiones de los lados y la altura del trapecio

Solución

Sea x la longitud de los lados iguales, B y b las longitudes de los lados paralelos y h la altura del trapecio como se muestra en la figura

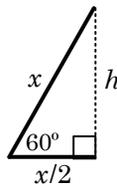


Como se conoce el área y el perímetro del trapecio, se puede escribir las ecuaciones

$$A = \frac{1}{2}h(B + b) = 18\sqrt{3}$$

$$P = B + b + 2x = 24$$

Es claro que solamente con estas dos ecuaciones, no se puede resolver el problema pues hay cuatro incógnitas. Observe que utilizando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que se muestra a continuación se puede expresar B y h en términos de x y b .



El cateto adyacente es igual a $x/2$ pues el triángulo es la mitad de un triángulo equilátero, es decir un triángulo especial 30-60. Por el teorema de Pitágoras

$$h^2 = x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{3x^2}{4}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

La base B puede expresarse como

$$B = b + 2\left(\frac{x}{2}\right) = b + x$$

Reemplazando las expresiones obtenidas en la ecuación del área

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)(b + x + b) = 18\sqrt{3}$$

$$x(2b + x) = 72$$

Reemplazando las expresiones en la fórmula del perímetro

$$B + b + 2x = 24$$

$$(b + x) + b + 2x = 24$$

$$2b + 3x = 24$$

Despejando b de la última ecuación

$$2b = 24 - 3x$$

$$b = \frac{24 - 3x}{2}$$

Sustituyendo b en la ecuación $x(2b + x) = 72$ se obtiene una ecuación de una variable

$$x\left(2\left(\frac{24 - 3x}{2}\right) + x\right) = 72$$

Resolviendo la ecuación se encuentra el valor de x

$$x(24 - 3x + x) = 72$$

$$24x - 2x^2 - 72 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$(x - 6)^2 = 0$$

$$x = 6$$

Si $x = 6$

$$b = \frac{24 - 3x}{2} = \frac{24 - 3(6)}{2} = 3$$

$$B = b + x = 3 + 6 = 9$$

Respuesta:

Las dimensiones del trapecio son base mayor 9 cm, base menor 3 cm y lados iguales 6 cm.
