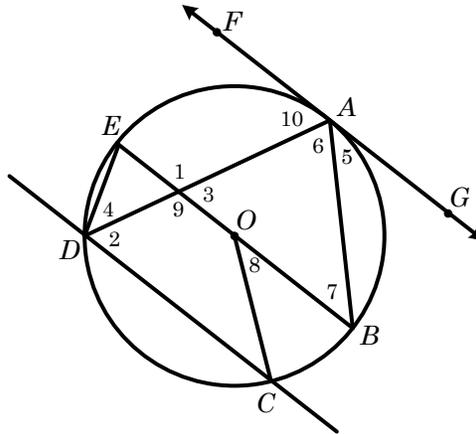


PROBLEMA RESUELTO 5

En la figura el segmento BE es un diámetro, la recta FG es tangente en A y es paralela a la recta CD . $\widehat{AB} = 86^\circ$, $\widehat{BC} = 40^\circ$. Calcule la medida de los ángulos numerados.



Solución

Los ángulos no necesariamente se calcularán en el orden en que están numerados. En ocasiones es necesario calcular la medida de ciertos arcos para luego calcular los ángulos.

El $\angle 8$ es un ángulo central ya que los segmentos OB y OC son radios, entonces

$$\angle 8 = \widehat{BC} = 40^\circ$$

El $\angle 5$ es un ángulo formado por una tangente y una cuerda, entonces

$$\angle 5 = \frac{1}{2}\widehat{AB} = \frac{1}{2}(86^\circ) = 43^\circ$$

El $\angle 2$ es un ángulo inscrito y se puede calcular en la forma siguiente

$$\angle 2 = \frac{1}{2}(\widehat{ADC}) = \frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{BC}) = \frac{1}{2}(86^\circ + 40^\circ)$$

$$\angle 2 = 63^\circ$$

El $\angle 2$ es igual al ángulo $\angle 10$, pues son ángulos alternos internos entre paralelas

$$\angle 10 = \angle 2$$

$$\angle 10 = 63^\circ$$

Como el segmento BE es un diámetro, entonces

$$\widehat{BAE} = 180^\circ$$

Calculando el arco AE

$$\widehat{AB} + \widehat{AE} = 180^\circ$$

$$\widehat{AE} = 180^\circ - \widehat{AB} = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

El $\angle 4$ es un ángulo inscrito en la circunferencia, entonces

$$\begin{aligned}\angle 4 &= \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}(94^\circ) \\ \angle 4 &= 47^\circ\end{aligned}$$

El $\angle 7$ es un ángulo inscrito en la circunferencia, entonces

$$\begin{aligned}\angle 7 &= \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}(94^\circ) \\ \angle 7 &= 47^\circ\end{aligned}$$

El ángulo $\angle 5$, el ángulo $\angle 6$ y el ángulo $\angle 10$ forman un ángulo llano, por lo que suman 180°

$$\begin{aligned}\angle 5 + \angle 6 + \angle 10 &= 180^\circ \\ \angle 6 &= 180^\circ - \angle 5 - \angle 10 = 180^\circ - 43^\circ - 63^\circ \\ \angle 6 &= 74^\circ\end{aligned}$$

$\angle 6 + \angle 7 + \angle 3 = 180^\circ$ ya que son los ángulos internos de un triángulo, entonces

$$\begin{aligned}\angle 3 &= 180^\circ - \angle 6 - \angle 7 = 180^\circ - 74^\circ - 47^\circ \\ \angle 3 &= 59^\circ\end{aligned}$$

el $\angle 1$ y el $\angle 3$ son suplementarios, entonces

$$\begin{aligned}\angle 1 &= 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 59^\circ \\ \angle 1 &= 121^\circ\end{aligned}$$

Finalmente el $\angle 1$ y el $\angle 9$ son ángulos opuestos por el vértice, entonces

$$\angle 9 = \angle 1 = 121^\circ$$

Respuesta:

$$\begin{aligned}\angle 1 &= 121^\circ, \angle 2 = 63^\circ, \angle 3 = 59^\circ, \angle 4 = 47^\circ, \angle 5 = 43^\circ \\ \angle 6 &= 74^\circ, \angle 7 = 47^\circ, \angle 8 = 40^\circ, \angle 9 = 121^\circ, \angle 10 = 63^\circ\end{aligned}$$
