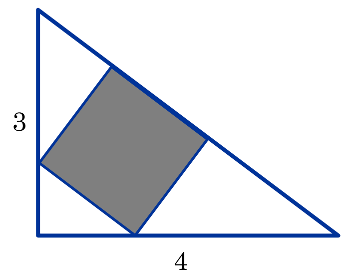
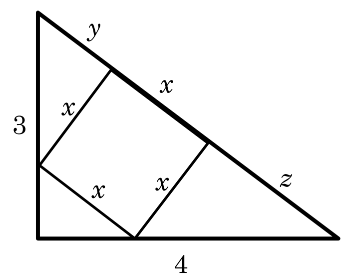
PROBLEMA RESUELTO 4

La figura muestra un cuadrado inscrito en un triángulo rectángulo de 3 centímetros de altura y 4 centímetros de base. Si uno de los lados del cuadrado se encuentra sobre la hipotenusa del triángulo, encuentre el área del cuadrado



Solución

Sean x el lado del cuadrado, y y z las longitudes de los segmentos mostrados en la figura siguiente



Por el teorema de Pitágoras la hipotenusa del triángulo grande es

$$x + y + z = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$x + y + z = 5$$

Los cuatro triángulos que se forman son semejantes pues todos ellos tienen un ángulo recto y además tienen un ángulo común o tienen ángulos correspondientes entre paralelas (trate de verificar los ángulos descritos).

Estableciendo proporcionalidad entre los lados del triángulo cuyos catetos miden y y x y los lados del triángulo cuyos catetos miden 3 y 4 se tiene

$$\frac{y}{3} = \frac{x}{4}, \text{ entonces } y = \frac{3x}{4}$$

Relacionando ahora los triángulos cuyos catetos miden x y z con los lados del triángulo cuyos catetos miden 3 y 4 se obtiene

$$\frac{z}{4} = \frac{x}{3}, \text{ entonces } z = \frac{4x}{3}$$

Sustituyendo en la primera ecuación se obtiene una ecuación con una variable donde se puede despejar x

$$x + y + z = 5$$

$$x + \frac{3x}{4} + \frac{4x}{3} = 5$$

Despejando x

$$12\left(x + \frac{3x}{4} + \frac{4x}{3}\right) = 12(5)$$

$$12x + 9x + 16x = 60$$

$$37x = 60$$

$$x = \frac{60}{37}$$

El área del cuadrado es

$$\mathrm{A} = l^2 = \left(\frac{60}{37}\right)^2 = \frac{3600}{1369} \approx 2.63\ \mathrm{cm}^2$$

Respuesta:

El área del cuadrado es $\frac{3600}{1369} \approx 2.63\ \mathrm{cm}^2$