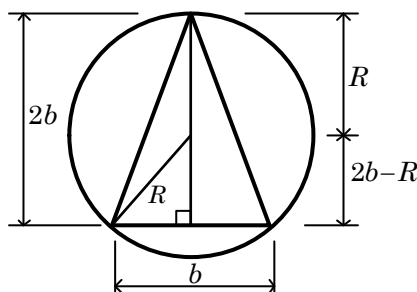


PROBLEMA RESUELTO 2

Encuentre el área de un triángulo isósceles inscrito en un círculo de radio R si la altura del triángulo es igual al doble de su base.

Solución

En la figura se muestra el triángulo inscrito, así como su altura y el radio del círculo trazado a uno de los vértices del triángulo.



Al aplicar el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo cuya hipotenusa es R , uno de sus catetos es $2b - R$ y el otro cateto con longitud $\frac{b}{2}$ se tiene

$$R^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + (2b - R)^2$$

Despejando la base b en términos del radio R se tiene

$$R^2 = \frac{b^2}{4} + 4b^2 - 4bR + R^2$$

$$0 = b^2 + 16b^2 - 16bR$$

Trasladando los términos al lado izquierdo y factorizando se tiene

$$17b^2 - 16bR = 0$$

$$b(17b - 16R) = 0$$

Como b no puede ser igual a cero se tiene que

$$b = \frac{16R}{17} \quad \text{y} \quad h = 2b = 2\left(\frac{16R}{17}\right) = \frac{32R}{17}$$

El área del triángulo es

$$A = \frac{1}{2}(b)(h) = \frac{1}{2}\left(\frac{16R}{17}\right)\left(\frac{32R}{17}\right) = \frac{256}{289}R^2$$

Respuesta:

$$\text{El área del triángulo es } A = \frac{256}{289}R^2$$