1.2 Aplicaciones de las ecuaciones lineales

OBJETIVOS

- Plantear y resolver problemas expresados en palabras en los cuales el modelo resultante es una ecuación lineal.

Como plantear problemas

G. Polya, en su libro "Como plantear y resolver problemas" recomienda cuatro pasos para resolver un problema, enunciamos a continuación, un resumen de ellos.

1 Comprender el problema

Para comenzar, se debe leer el problema detenidamente, debiendo tener la seguridad de que se ha entendido el mismo, que se conoce el contexto en el cual se encuentra. Al leer el problema debe quedar claro cuáles son las incógnitas, cuáles son los datos y cuáles son las condiciones que permitirán formular las ecuaciones.

2 Concebir un plan

La mayor parte de las veces un problema se resuelve por analogía, es decir que para resolverlo se busca un problema similar que hayamos resuelto antes, si no lo hemos resuelto nosotros, posiblemente encontraremos un ejemplo similar resuelto en algún libro de álgebra o en una página de internet. Mientras más problemas se resuelvan, más frecuente será el hecho de que un problema propuesto resulte parecido a uno que ya haya resuelto antes.

3 Resolver el problema

Al plantear la ecuación que resuelve un problema, se deben verificar algunas cosas muy sencillas, pero que pueden ser de mucha utilidad y además pueden ayudarle a detectar errores. Algo muy importante es que toda ecuación debe ser dimensionalmente correcta, esto quiere decir por ejemplo que, no se puede sumar naranjas más dinero, ni velocidad más distancia. En algunas ocasiones se recomienda resolver el problema por tanteos, como una ayuda para tratar de descubrir las relaciones entre las incógnitas y los datos del problema. Una vez que hemos quedado convencidos que la ecuación planteada es la correcta debemos proceder a resolverla y encontrar su solución.

4 Examinar la solución obtenida

Se debe comprobar que la solución obtenida satisface las condiciones del problema planteado, es decir que el resultado obtenido al ser sustituido en lugar de la incógnita en el enunciado del problema satisface todas las condiciones enunciadas.

Para introducir al estudiante a la solución de problemas, se presentan algunos ejemplos en contextos diferentes. Entre los contextos más frecuentes se tienen:

Problemas de números

Problemas de edades

Problemas de valor monetario

Problemas de mezclas

Problemas de movimiento

Problemas donde se hace un trabajo

Problemas geométricos

Algunos problemas no pueden ser ubicados en algún contexto específico, y generalmente son éstos los más difíciles de resolver.

Problemas de números

Los problemas de números generalmente son considerados como los más simples, esto se debe a que en su enunciado solo se hace referencia a las operaciones fundamentales entre números. En estos problemas es usual encontrar expresiones verbales como las que se indican a continuación:

Expresión gramatical	Traducción algebraica
Un número desconocido	x
Un número aumentado en a unidades	$x+a$
Un número disminuido en a unidades	$x-a$
a veces el número x	ax
El número x dividido entre a	$\frac{x}{a}$
El número entero consecutivo a x	$x+1$
El entero par consecutivo a x	$x+2$
El n por ciento de un número x	$\frac{nx}{100}$

Algunos problemas de números hacen referencia al cociente y residuo de dividir un número entre otro, en este caso se debe utilizar la expresión siguiente

$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = \text{cociente} + \frac{\text{residuo}}{\text{divisor}}$$

Otros problemas se refieren a los dígitos que forman un número, por ejemplo, el número 53 está formado por el dígito de las unidades 3 y por el dígito de las decenas 5. El número 53 puede ser expresado como:

$$53 = (10)(5) + 3$$

De forma general, si x es el dígito de las unidades de un número y y es el dígito de las decenas, la forma de expresar el número en términos de las variables x y y es la siguiente:

$$\text{número} = 10y + x$$

Un error usual es escribir $\text{número} = yx$, que es incorrecto, ya un número no es igual al producto de los dígitos que lo forman.

Ejemplo 1: Un problema de fracciones

El denominador de una fracción es 2 unidades mayor que el numerador. Si tanto el numerador como el denominador se aumentan en 1 unidad, la fracción resultante es igual a $\frac{2}{3}$. Encuentre la fracción original.

Solución

Al leer detenidamente el problema encontramos que hay 2 incógnitas, el numerador y el denominador de la fracción

Sea $x =$ numerador de la fracción,

Entonces el denominador de la fracción será $x + 2$

Al aumentar el numerador en una unidad se obtiene el número $x + 1$

Al aumentar el denominador en una unidad se tiene $(x + 2) + 1$

La ecuación que resuelve el problema es la siguiente:

$$\frac{x+1}{(x+2)+1} = \frac{2}{3}$$

Resolviendo la ecuación anterior se obtiene

$$\frac{x+1}{x+3} = \frac{2}{3}$$

$$3(x+1) = 2(x+3)$$

$$3x + 3 = 2x + 6$$

$$3x - 2x = 6 - 3$$

$$x = 3$$

De donde el numerador de la fracción original es 3, y el denominador es

$$x + 2 = 3 + 2 = 5$$

Para probar que la solución obtenida es correcta se puede recorrer nuevamente el enunciado del problema, ésta vez con los resultados obtenidos; el numerador más 1 da 4, mientras que el denominador más 1 da 6 y la fracción obtenida es $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Por lo tanto la fracción original buscada es $\frac{3}{5}$.

Ejemplo 2: Un problema de dígitos de un número

El dígito de las unidades de un número de 2 cifras es 5 unidades mayor que el dígito de las decenas. Si el número original se divide por el número con los dígitos invertidos, el resultado es $\frac{3}{8}$. Encuentre el número original.

Solución

Sea x el dígito de las decenas,

Entonces el dígito de las unidades será $x + 5$.

El número original será $10x + (x + 5)$

Al invertir los dígitos del número, se tiene que $(x + 5)$ será la cifra de las decenas y x será la cifra de las unidades.

El número con los dígitos invertidos es $10(x + 5) + x$

La ecuación que resuelve el problema es

$$\frac{10x + (x+5)}{10(x+5) + x} = \frac{3}{8}$$

Simplificando

$$\frac{11x + 5}{11x + 50} = \frac{3}{8}$$

Despejando x de esta ecuación se obtiene

$$8(11x+5) = 3(11x+50)$$
$$88x+40 = 33x+150$$
$$88x-33x = 150-40$$
$$55x = 110$$
$$x = 2$$

Como $x = 2$ es el dígito de las decenas, el dígito de las unidades será

$$x+5 = 2+5 = 7$$

Por lo tanto el número buscado es 27

Problemas de edades

Los problemas de edades son muy parecidos a los problemas de números, de hecho, la edad de una persona en años puede ser asociada a un número entero positivo. La característica más importante de éstos problemas es que en ellos se enuncian oraciones en las cueles se hace referencia a la edad que tuvieron las personas hace algunos años, o bien a la edad que tendrán dentro de algunos años.

A continuación presentamos algunas expresiones gramaticales que usualmente aparecen en los problemas de edades y su traducción algebraica.

Si x es la edad que tiene Juan en este momento

Expresión gramatical	Traducción algebraica
Edad actual de Juan	x
Edad de Juan hace 5 años	$x-5$
Edad de Juan dentro de 8 años	$x+8$
El doble de la edad de Juan	$2x$
Un tercio de la edad de Juan	$\frac{x}{3}$
El doble de la edad que tenía Juan hace 5 años	$2(x-5)$

Ejemplo 3: Calculando la edad del hijo

Un padre tiene el triple de la edad de su hijo, pero dentro de 15 años tendrá tan solo el doble de la edad del hijo. ¿Cuántos años tiene ahora el hijo?

Solución

Sea x = la edad actual del hijo

Se pueden obtener las siguientes relaciones en términos de x

Edad actual del padre = $3x$

Edad del hijo dentro de 15 años = $x + 15$

Edad del padre dentro de 15 años = $3x + 15$

Como dentro de 15 años la edad del padre será el doble de la edad del hijo,

$$3x + 15 = 2(x + 15)$$

Resolviendo la ecuación anterior

$$3x + 15 = 2x + 30$$
$$3x - 2x = 30 - 15$$
$$x = 15$$

De donde la edad actual del hijo es 15 años.

Ejemplo 4: Calculando la edad Juan

Pedro tiene 4 años más que su hermana María. Pedro observó que dentro de 25 años la suma de sus edades duplicará a la suma de sus edades actuales. ¿Cuál es la edad actual de Pedro?

Solución

Sea x = edad actual de María

Entonces se tiene

La edad de Pedro es = $x + 4$

La edad de María dentro de 25 años será = $x + 25$

La edad de Pedro dentro de 25 años será = $(x + 4) + 25$

La suma de sus edades actuales es = $x + (x + 4)$

La suma de sus edades dentro de 25 años será = $(x + 25) + [(x + 4) + 25]$

Como la suma de sus edades dentro de 25 años duplicará la suma de sus edades actuales, la ecuación que resuelve el problema es:

$$(x + 25) + [(x + 4) + 25] = 2[x + (x + 4)]$$

Resolviendo la ecuación anterior

$$x + 25 + x + 4 + 25 = 2(2x + 4)$$
$$2x + 54 = 4x + 8$$
$$2x - 4x = 8 - 54$$
$$-2x = -46$$
$$x = 23$$

De donde concluimos que la edad actual de Pedro es 23 +4 = 27 años.

Problemas de valor monetario

Algunos problemas se refieren a la compra o a la venta de productos, o bien a la inversión de capital en instituciones financieras, estos problemas son llamados de valor monetario.

Para resolver un problema de compra o venta es importante recordar que el valor de la compra de n productos está dado por la multiplicación del número de objetos comprados por el precio unitario de cada producto, es decir

Valor monetario = (número de productos)(precio unitario de cada producto)

Por ejemplo, si se compran x lápices y cada lápiz tiene un precio de Q2, el valor de la compra es

$$\text{Valor de la compra } = 2x$$

Si se gastaron Q30 en comprar x lápices, entonces el valor de cada lápiz es

$$\text{Precio de un lápiz} = \frac{30}{x}$$

Para resolver un problema de inversiones es necesario tener claro cómo se calcula el interés simple. Por ejemplo si se invierten Q12,000 al 8% de interés simple, en un año, los intereses obtenidos son

$$I = (8\%)(12{,}000) = \frac{8}{100}(12{,}000) = 0.08(12{,}000)$$

Si l cantidad invertida es x, entonces el rendimiento por concepto de intereses en un año es

$$I = (0.08)x$$

Combinando las ideas anteriores y las estrategias de resolución de problemas puede resolverse los problemas de valor monetario sin mayor dificultad.

Ejemplo 5: Asistencia a un espectáculo

En un espectáculo, el precio de admisión era de Q25 para adultos y Q10 para niños. Si el número total de espectadores fue 397 y la recaudación fue de Q5,680. ¿Cuántos adultos y cuántos niños asistieron?

Solución

Sea x = número de adultos que asistieron al espectáculo

Como el total de asistentes es de 397 se tiene que el número de niños en la función es $397 - x$

El dinero recaudado se obtiene multiplicando el número de asistentes por el precio del boleto

$$\text{Dinero recaudado en los adultos} = 25x$$

$$\text{Dinero recaudado en los niños} = 10(397 - x)$$

El total del dinero recaudado se obtiene sumando los ingresos de adultos y niños, cuyo total se sabe que es de Q5,680

$$25x + 10(397 - x) = 5680$$

Resolviendo la ecuación anterior

$$\begin{aligned} 25x + 3970 - 10x &= 5680 \\ 15x &= 5680 - 3970 \\ 15x &= 1710 \\ x &= \frac{1710}{15} \\ x &= 114 \end{aligned}$$

Como x representa el número de adultos que asistieron, se puede obtener el número de niños fácilmente

$$\text{Número de niños} = 397 - x = 397 - 114 = 283$$

Se puede hacer la prueba para verificar que los resultados obtenidos son los correctos

$$\begin{aligned} 114(25) + 283(10) &= 5680 \\ 5680 &= 5680 \end{aligned}$$

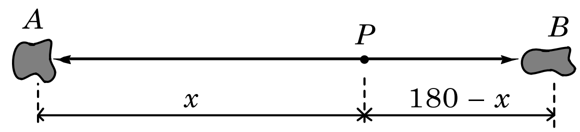
Se concluye entonces que asistieron 114 adultos y 283 niños al espectáculo.

Ejemplo 6: Compra de carbón

En dos ciudades A y B, a la orilla de una carretera, los precios del quintal de carbón son de Q16.50 y Q20, respectivamente. Si la distancia entre A y B es de 180 kilómetros y el precio del transporte es de Q0.50 centavos por quintal por kilómetro. Hallar en qué punto entre las ciudades A y B dará lo mismo comprar el carbón en una ciudad o en otra.

Solución

Sea P el punto buscado entre las dos ciudades, como se muestra en el siguiente diagrama



Sea x a distancia entre el punto P y la ciudad A, la distancia entre el punto P y la ciudad B será de $180 - x$

El costo de un quintal de carbón será la suma del precio del carbón más el precio del transporte.

Si se compra en la ciudad A el costo será de $16.50 + 0.50x$

Si se compra en la ciudad B el costo será de $20 + 0.50(180 - x)$

Dará lo mismo comprarlo en la ciudad A o en la ciudad B, cuando los costos de una tonelada sean iguales, es decir

$$16.50 + 0.50x = 20 + 0.50(180 - x)$$

Resolviendo la ecuación anterior se tiene

$$16.50 + 0.50x = 20 + 90 - 0.5x$$

$$0.5x + 0.5x = 110 - 16.50$$

$$x = 93.5$$

De donde dará el mismo precio si el carbón se compra en un punto situado a 93.5 km. de la ciudad A

Problemas de mezclas

Identificamos como problemas de mezclas aquellos en los cuales se quiere combinar dos o más substancias para obtener otra. Generalmente una de las sustancias tiene cierto porcentaje de algún ingrediente y se desea aumentar o disminuir éste porcentaje mezclándola con otra sustancia que tenga un porcentaje mayor o menor del ingrediente en cuestión. Se recomienda utilizar el siguiente diagrama para representar los ingredientes a mezclar

A B C

Se puede observar que la cantidad total en el frasco A más la cantidad total en el frasco B tiene que ser igual a la cantidad total en el frasco C y que la cantidad de cierto ingrediente en A más la de cantidad de ese mismo ingrediente en B tiene que ser igual a la cantidad que tenga ese ingrediente en C. Al expresar en forma de ecuaciones se tiene

$$\boxed{\text{Cantidad total de } A + \text{Cantidad total de } B = \text{Cantidad total de } C}$$

$$\boxed{\text{Ingrediente 1 en } A + \text{Ingrediente 1 en } B = \text{Ingrediente 1 en } C}$$

Las ideas ya anotadas generalmente son suficientes para plantear las ecuaciones necesarias para resolver un problema de mezclas.

Ejemplo 7: Fundición de plomo y estaño

50 libras de soldadura de alta calidad, que contiene plomo y estaño en cantidades iguales, han de fundirse con metal que contiene 90% de plomo y 10% de estaño. La aleación resultante debe ser soldadura de baja calidad, con 75% de plomo y 25% de estaño. ¿Cuántas libras de metal se necesitan?

Solución

Para resolver este problema se hará uso del diagrama siguiente

50 lb soldadura	x lb de metal	$(50 + x)$ lb de aleación
50% de plomo	90% de plomo	75% de plomo

En el diagrama anterior se define x como la cantidad de metal que debe agregarse a las 50 libras de soldadura.

La cantidad total de aleación es la suma de las cantidades mezcladas, es decir $50 + x$

El plomo en la soldadura inicial más el plomo en el metal que se agrega debe ser igual al plomo en la aleación resultante

$$50\% \text{ de } 50 \text{ libras } + 90\% \text{ de } x \text{ libras } = 75\% \text{ de } (50 + x) \text{ libras}$$

Ahora se escribe como una ecuación y se resuelve

$$\begin{aligned} 0.5(50) + 0.90x &= 0.75(50 + x) \\ 25 + 0.9x &= 37.5 + 0.75x \\ 0.9x - 0.75x &= 37.5 - 25 \\ 0.15x &= 12.5 \end{aligned}$$

$$x = \frac{12.5}{0.15}$$

$$x = 83.33$$

De donde concluimos que debemos agregar 83.33 libras de metal para obtener la aleación buscada.

Problemas de velocidades

Los problemas de velocidades presentan mucha dificultad para los estudiantes, posiblemente se debe a que en ellos siempre están relacionadas las variables distancia, velocidad y tiempo. En un problema de velocidades, cuando la velocidad de los objetos es constante, se requiere utilizar la ecuación del movimiento rectilíneo

$$d = vt$$

La cual expresa que la distancia recorrida por un objeto es igual al producto de su rapidez multiplicada por el tiempo.

Cuando se resuelve un problema de velocidades es importante asegurarse que las incógnitas y los datos se encuentren en la misma unidad de medida, por ejemplo, si la distancia se encuentra en metros, la velocidad debe estar en metros por segundo o metros por minuto, mientras que si la distancia se encuentra en kilómetros, la velocidad debe estar en kilómetros por hora. Cuando las dimensionales no se encuentran en la misma unidad de medida es necesario efectuar las conversiones necesarias.

Se recomienda al estudiante que organice la información del problema construyendo una tabla, como la que se muestra a continuación

	velocidad	tiempo	distancia
Móvil 1			
Móvil 2			

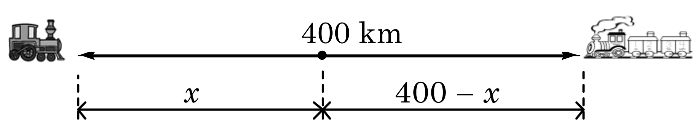
En algunos problemas puede ser de utilidad la construcción de un diagrama que ilustre los desplazamientos de los objetos. Estos diagramas pueden ayudar a definir las incógnitas del problema.

Ejemplo 8: Encuentro de trenes

Dos trenes salen al mismo tiempo de dos estaciones A y B, situadas a 400 kilómetros una de la otra. Si la velocidad del tren que sale de A es de 80 km/h y la velocidad del tren que sale de B es de 70 km/h, ¿cuánto tiempo tardaran en encontrarse?

Solución

Para resolverlo, inicialmente se construye un diagrama ilustre gráficamente la situación



Si se le llama x a la distancia recorrida por el tren que sale de la estación A, entonces la distancia recorrida por el tren que sale de la estación B será $400 - x$. Por otro lado, el tiempo t que tardan en encontrase es el mismo para ambos trenes ya que ambos salen al mismo tiempo.

Organizando la información en una tabla tenemos

	velocidad	tiempo	distancia
Tren A	80	t	x
Tren B	70	t	400 - x

Utilizando ahora la ecuación del movimiento rectilíneo para ambos trenes se tiene:
Para el tren que sale de la estación A

$$x = 80t$$

Para el tren que sale de la estación B

$$400 - x = 70t$$

Despejando x en las dos ecuaciones anteriores e igualando

$$80t = 400 - 70t$$

si se resuelve la ecuación anterior se obtiene la solución del problema

$$\begin{aligned} 80t + 70t &= 400 \\ 150t &= 400 \\ t &= \frac{400}{150} \\ t &= 2.667 \end{aligned}$$

Es muy fácil verificar que esta es la respuesta correcta, ya que si se calculan las distancias recorridas por los trenes en ese tiempo deben sumar 400 km.

$$\left(80\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)(2.667\,\text{h}) + \left(70\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)(2.667\,\text{h}) \approx 213.36\,\text{km} + 186.69\,\text{km} \approx 400\,\text{km}$$

Se concluye que los trenes tardan 2.667 horas en encontrarse.

Ejemplo 9: Viajando en una corriente de aire

Un avión vuela en la dirección del viento durante una hora y regresa recorriendo la misma distancia en 1.5 horas. Si la velocidad del avión en condiciones sin viento es de 450 km/h, Encuentre la velocidad del viento.

Solución

La dificultad de este problema consiste en el hecho que cuando el avión vuela a favor del viento, la velocidad resultante es la suma de la velocidad del avión en condiciones sin viento más la velocidad del viento; mientras que cuando el avión vuela en contra del viento la velocidad resultante es la resta de la velocidad del avión en condiciones sin viento menos la velocidad del viento.

Teniendo claro el concepto anterior podemos definir variables y construir una tabla que resuma la información

Sea x = velocidad del viento y d = distancia recorrida

	velocidad	tiempo	distancia
A favor	$450 + x$	1	d
En contra	$450 - x$	1.5	d

Aplicando la fórmula del movimiento rectilíneo tenemos cuando el avión viaja a favor del viento

$$d = vt = (450 + x)(1)$$

En contra del viento

$$d = vt = (450 - x)(1.5)$$

Como la distancia recorrida a favor del viento es la misma que la recorrida en contra del viento, se pueden igualar las distancias para construir la ecuación que resuelve el problema

$$(450 + x)(1) = (450 - x)(1.5)$$

Resolviendo la ecuación anterior para encontrar la solución del problema

$$\begin{aligned} 450 + x &= 675 - 1.5x \\ x + 1.5x &= 675 - 450 \\ 2.5x &= 225 \\ x &= \frac{225}{2.5} \\ x &= 90 \end{aligned}$$

De donde la velocidad del viento es de 90 km/h

Problemas de trabajo compartido

La característica de estos problemas es que en ellos alguien debe realizar un trabajo. Este trabajo puede ser por ejemplo, llenar una piscina con agua por dos o tres mangueras, cavar un túnel por un grupo de hombres, etc. Las ideas básicas que se requieren para resolver un problema de estos son las siguientes:

Suponga que un hombre puede realizar cierto trabajo en 6 días, esto quiere decir que el hombre puede hacer 1/6 del trabajo cada día. En ingeniería se dice que el hombre tiene un rendimiento de 1/6 trabajo/día.

Si conoce el rendimiento, se puede calcular la cantidad del trabajo que puede realizar en cierto número de días, por ejemplo, si queremos calcular el trabajo que realizará el hombre en 4 días, solo se tiene que multiplicar 4 días por el rendimiento, es decir

$$\text{Trabajo realizado en 4 días} = (4\,\text{dias})\left(\frac{1}{6}\frac{\text{Trabajo}}{\text{dia}}\right) = \frac{4}{6}\,\text{Trabajo}$$

Para calcular el trabajo realizado en n días se tiene

$$\text{Trabajo realizado en } n \text{ días} = (n\,\text{dias})\left(\frac{1}{6}\frac{\text{Trabajo}}{\text{dia}}\right) = \frac{n}{6}\,\text{Trabajo}$$

En algunos problemas no se conoce el tiempo en el cual un hombre hace el trabajo, en estos casos se asigna una variable a dicho tiempo, es decir, si x es el tiempo en el cual un hombre puede hacer el trabajo, la fracción del trabajo que este hombre realizará en la unidad de tiempo es $1/x$, y el trabajo que puede realizar en n días es

$$\text{Trabajo realizado en } n \text{ unidades de tiempo} = (n)\left(\frac{1}{x}\right)$$

En estos problemas el trabajo total a realizar generalmente es considerado igual a la unidad, por lo tanto la suma de las de las partes del trabajo realizadas por diferentes hombres será igual a 1, siempre y cuando realicen todo el trabajo.

Ejemplo 10: Trabajo realizado por una excavadora

Un trabajo de excavación puede hacerse por una excavadora sola en 12 días o por un equipo de obreros en 28 días. Después de usarla cierto tiempo se estropeó la excavadora, teniendo que ser sustituida por los obreros, que trabajaron dos días menos que el tiempo que estuvo funcionando la excavadora. Hallar el tiempo que trabajó la excavadora.

Solución

Primero se calculan los rendimientos por día de la excavadora y del equipo de hombres

La excavadora trabajando sola puede hacer el trabajo en 12 días, es decir que tiene un rendimiento de 1/12 del trabajo por día.

El equipo de hombres puede hacer el trabajo en 28 días, es decir que tienen un rendimiento de 1/28 del trabajo por día.

Sea $t =$ el tiempo que trabajó la excavadora, entonces

$t - 2 =$ tiempo que trabajo el equipo de hombres

$t\left(\frac{1}{12}\right) =$ fracción del trabajo realizado por la excavadora

$(t-2)\left(\frac{1}{28}\right) =$ fracción del trabajo realizada por el equipo de obreros

Puesto que entre la excavadora y el equipo de obreros realizaron todo el trabajo y éste es igual a 1. La ecuación que resuelve el problema es

Trabajo realizado por la excavadora + trabajo realizado por el equipo de hombres = 1

Algebraicamente se tiene

$$(t)\left(\frac{1}{12}\right) + (t-2)\left(\frac{1}{28}\right) = 1$$

Resolviendo la ecuación

$$\frac{t}{12} + \frac{t-2}{28} = 1$$

$$84\left(\frac{t}{12}\right) + 84\left(\frac{t-2}{28}\right) = 84$$

$$7t + 3(t-2) = 84$$

$$10t - 6 = 84$$

$$10t = 90$$

$$t = \frac{90}{10}$$

$$t = 9$$

De donde se concluye que la excavadora trabajo 9 días.

Ejercicios de la sección 2.2

1. Si el doble de un número se aumenta en 7 el resultado es 35. Encontrar el número.

2. La suma de dos números es 24. Uno de ellos es el triple del otro. Calcule los números.

3. La suma de tres números impares consecutivos es 45. Encuentre los números.

4. Encuentre tres números pares consecutivos tales que el doble de la suma del segundo y el tercero sea 28 unidades menor que el quíntuplo del primero.

5. Halle dos números cuya diferencia sea 8 y la de sus cuadrados supere en 20 al cuadrado del menor.

6. El dígito de las unidades de un número de dos cifras es 2 unidades menor que el dígito de las decenas. Si el número es uno menos que 8 veces la suma de sus dígitos, encuentre el número.

7. En cierto número de tres cifras el dígito de las unidades supera en dos al de las decenas, y la suma de los dígitos es 16. Si se intercambian los dígitos de las unidades y las centenas, el número disminuye en 297. Encuentre el número original.

8. El denominador de una fracción es 5 unidades mayor que el numerador. Si se resta 1 al numerador y se suma 2 al denominador, el valor de la fracción resultante es $\frac{1}{2}$. Encuentre la fracción original.

9. El dígito de las decenas de un número de dos cifras es 4 unidades mayor que el dígito de las unidades. Si el número se divide entre la suma de sus dígitos, el cociente es 7 y el residuo es 3. Encuentre el número.

10. Un estudiante tiene calificaciones de 75, 83, 68, 71 y 58 en sus exámenes parciales. Si el examen final tiene un valor del 25% de la nota final del curso y los exámenes parciales equivalen al 75% de la nota final. ¿Cuánto debe sacar en el examen final para que la nota del curso sea 75 puntos.

11. El profesor de matemáticas de Jorge califica su curso de la siguiente manera: hace tres exámenes, cada uno equivale al 15% de la calificación; los cuestionarios y las tareas combinados equivalen a otro 15% de la calificación; y el examen final equivale al 40% de la calificación definitiva. Jorge obtuvo notas de 80, 45 y 60 en los exámenes parciales y tiene un promedio de 72 puntos en los cuestionarios y tareas. ¿Cuál es la calificación que debe sacar en el examen final para aprobar el curso con una nota de 80 puntos.

12. En un corral un granjero tiene gallinas y conejos. Si el granjero cuenta el total de cabezas obtiene que hay 50 y si cuenta todas las patas obtiene un total de 140. ¿Cuántas gallinas y cuantos conejos hay en el corral.

13. Al multiplicar dos números, uno de los cuales es mayor que el otro en 10 unidades, un niño cometió un error disminuyendo en 4 la cifra de las decenas en el producto. Al dividir (para comprobar el resultado) el producto obtenido por el menor de los factores obtuvo en el cociente 39 y en el residuo 22. Hallar los números originales.

14. Un padre tiene 20 años más que su hijo, dentro de 5 años la edad del padre será el doble que la edad del hijo. ¿Cuál es la edad actual del padre?

15. Si al doble de mi edad le agrego 24 años, tendría 100 años. ¿Qué edad tengo?

16. La edad de María es la mitad que la de su hermana Juana; Ana, la mayor tiene el triple de edad que María y el padre de las tres tiene el doble de la edad de Ana. Si las cuatro edades suman 132 años, ¿qué edad tiene el padre?

17. Fredy es 3 años mayor que su hermana María. Dentro de 7 años, ella tendrá seis séptimos de la edad de él. ¿Cuáles son sus edades?

18. El profesor Wenceslao tiene 4 años más que su esposa Matilde. En su vigésimo aniversario de casados, Wnceslao observó que la suma de sus edades duplicaba la suma de sus edades el día de su boda. ¿Qué edad tendrá Matilde el día de su quincuagésimo aniversario?

19. Este es un problema clásico que se supone estuvo en la lápida de Diofanto. Diofanto vivió un sexto de su vida como niño, una doceava parte de su vida como joven y una séptima parte de su vida como adulto soltero. Un hijo de Diofanto nació 5 años después de su matrimonio, pero este hijo murió 4 años antes que su padre. Diofanto vivió el doble que su hijo. ¿Cuál era la edad que tenía Diofanto cuando murió?

20. Hace 12 años la edad de Juan era el doble de la edad de su hermano Pedro y dentro de 12 años, la edad de Juan será 68 años menos que el triple de la edad de Pedro. Hallar las edades actuales.

21. La edad de A es el triple de la de B, y la edad de B es 5 veces la edad de C. B tiene 12 años más que C. ¿Qué edad tiene cada uno?

22. Hace 5 años la edad de un padre era tres veces la de su hijo y dentro de 5 años será el doble. ¿Qué edades tienen ahora el padre y el hijo?

23. Si al doble de la edad de A se suma la edad de B, se obtiene la edad de C aumentada en 32 años. Si al tercio de la edad de B se suma el doble de la edad de C, se obtiene la edad de A aumentada en 9 años, y el tercio de la suma de las edades de A y B es 1 año menos que la edad de C. Hallar las edades de A, B y C.

24. Un niño tiene Q4.25 en monedas de 10 y 25 centavos. El número de monedas de 25 centavos es tres veces mayor que el de monedas de 10 centavos. ¿Cuántas monedas de 25 centavos tiene?

25. Antonio compró cierto número de acciones en Q1,560. Cuando el precio había aumentado Q24 por acción, vendió todas las acciones excepto 10, en Q1,520. ¿Cuántas acciones había comprado inicialmente?

26. El precio de venta de un televisor, después de un descuento del 25% es de Q4,500. ¿Cuál era el precio del televisor sin descuento?

27. Una persona recibe un aumento salarial del 15% al mes. Al siguiente mes decide trabajar menos tiempo, lo que le ocasiona una reducción del 10% de su salario. Si después del aumento y la reducción recibe Q6,540 al mes, ¿ cuál era el salario original mensual?

28. En cierta función de cine el precio de admisión era de Q25 para adultos y Q10 para niños. Si el número total de asistentes a la función fue de 397 personas y el dinero recaudado fue de Q5680, ¿Cuántos adultos y cuántos niños asistieron?

29. Diez muchachos acuerdan comprar una canoa, pagando su precio en partes iguales. Dos muchachos más se unen al grupo, reduciendo la parte que le corresponde a cada uno en Q1.50. ¿Cuánto costó la canoa?

30. Una familia consume un litro diario de leche en un mes de 30 días. Durante ese mes el gasto en leche fue de Q378. Se sabe que el precio aumento Q2 cierto día de la primera quincena del mes. ¿Cuál era el precio del litro de leche antes del aumento?

31. Se ha de distribuir una bonificación de Q30,000 entre 500 empleados de una fábrica. Hay 50 hombres con 20 años de servicio, 100 hombres con 10 años de servicio y 350 hombres con 5 años de servicio. Cada hombre con 20 años recibe el doble que uno con 10, y uno con 10 años recibe el doble que uno con 5 años de servicio. ¿Cuánto recibirá cada tipo de empleado?

32. Juana tiene Q18,000 invertidos en dos cuentas de ahorro, una parte que se encuentra invertida a plazo fijo le paga el 10% de interés anual y la otra parte la tiene invertida en una cuenta que le paga 7%. Si en un año recibe Q1470 por concepto de intereses. ¿Qué cantidad de dinero tiene invertida en cada cuenta?

33. Un hombre paga 25 centavos por un galón de gasolina. Si su vehículo hace 16 kilómetros por galon, y le cuesta revisar el motor Q110, tras lo cual espera hacer 22 kilómetros por galón, y ahorrar 30 centavos en aceite por cada 100 kilómetros. Calcular cuántos kilómetros tendrá que recorrer para recuperar el costo de la revisión.

34. Una tienda de departamentos compró cierta cantidad de detectores de humo con un costo total de Q2,000. Al desempacarlos el muchacho que lo hacía dañó 8, de tal forma que no se podrán vender. Los detectores restantes se vendieron con una ganancia de Q25 cada uno y la ganancia global fue de Q400 cuando todos se vendieron. ¿Cuántos detectores de humo habían al principio?

35. Andrea, Beatriz y Carolina, que viven en casas distintas, decidieron rentar un taxi para ir al juego de béisbol y dividirse la cuenta en forma proporcional. El taxi recogió primero a Andrea, 3 millas más adelante a Beatriz y dos millas después a Carolina. El estadio está a una milla de la casa de carolina. La cuenta total fue de Q19.80. El taxista quería cobrarle a Carolina Q3.30 ya que ella había recorrido una sexta parte del camino, pero ella se negó rotundamente. ¿Cuánto debía pagar cada mujer?

36. ¿Cuántos litros de una solución anticongelante al 35% deben agregarse a tres litros de una solución al 80% para reducir su concentración al 60%?

37. ¿Cuánto acero con 18% de tungsteno, debe alearse con otro acero, conteniendo 12 % de tungsteno, para obtener 3,000 kilogramos de acero al 14.6%?

38. ¿Cuántas libras de azúcar de Q5 por libra debe mezclarse con 60 libras de azúcar de a Q4 por libra, para obtener una mezcla especial que se vende a Q4.40 por libra?

39. Las monedas británicas tienen 7.5% de cobre en peso. ¿Cuántos gramos de plata se deberán mezclar con 150 gramos de una aleación que tiene 10% de cobre a fin de obtener metal para monedas?

40. La exigencia mínima de un cargamento de grava es que 85% de la grava pueda pasar a través de un colador de cierto tamaño. Al probar una carga de 6 metros cúbicos se vio que sólo 65% pasaba por el colador. ¿Cuánta grava de 90% se deberá agregar a la de 65% para que sea aceptable?

41. ¿Cuántos litros de una solución al 35% de alcohol y de una solución al 95% de alcohol deben mezclarse para obtener 12 litros de una solución al 80% de alcohol?

42. Lynn, mezcló 40 mililitros de ácido clorhídrico al 8% con 60 mililitros de solución de ácido clorhídrico al 12%. Utilizó parte de esta solución y la repuso con agua destilada. Si la nueva solución era de ácido clorhídrico al 5.2%. ¿Qué cantidad de agua destilada utilizó?

43. 50 libras de salpicadura de soldadura de alta calidad, que contienen plomo y estaño en partes iguales, han de fundirse con metal corriente que contiene 90% de plomo y 10% de estaño. La aleación resultante debe ser soldadura de baja calidad, con 75% de plomo y 25% de estaño. ¿Cuántas libras de metal corriente se necesitarán?

44. En una clínica se utiliza una solución de blanqueador para esterilizar las cajas de petri en las que se preparan cultivos. El tanque de esterilización contiene 100 galones de una solución de blanqueador normal doméstico al 2%, mezclado con agua destilada. Nuevas investigaciones indican que para una esterilización completa, la concentración del blanqueador debe ser de 5%. ¿Qué cantidad de la solución debe ser drenada y reemplazada con blanqueador, para incrementar el contenido de éste al recomendado?

45. **Muy difícil.** Dos recipientes iguales de 30 litros de capacidad cada uno, contienen entre los dos 30 litros de alcohol. El primer recipiente se llana hasta los bordes con agua, y con la mezcla obtenida se rellena el segundo recipiente. Luego, del segundo recipiente se echan al primero 12 litros de la nueva mezcla. ¿Cuánto alcohol había al principio en cada recipiente, si al final en el segundo hay 2 litros de alcohol menos que en el primero?

46. Un grupo de ciclistas mantienen una velocidad media de 18 km/h. Una hora y 45 minutos después de su partida, un motorista parte en su persecución. Si la velocidad del motorista es de 60 km/h, ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzarlos?

47. Un hombre dispone de 4.5 horas y quiere dar un paseo en bicicleta a una velocidad de 16 km/h y regresar caminando por el mismo recorrido a una velocidad de 3.5 km/h. ¿Hasta qué distancia puede alejarse del punto de partida?

48. El recorrido de una ciudad a otra es de 66 km en tren o de 80 km en barco. El tren inicia su viaje 4 horas más tarde que el barco y llega a su destino 15 minutos antes. Determine las velocidades del tren y el barco si el tren se desplaza 30 km/h más rápido que el barco.

49. Un piloto tiene que recorrer 840 km en un tiempo determinado. Exactamente a la mitad de su recorrido se detiene durante media hora para descansar. Durante la segunda mitad del camino aumenta su velocidad en 2 km/h. ¿Cuánto tiempo utilizo para realizar todo el viaje?

50. En una carrera de 100 metros A gana a B por O.20 segundos. En un segundo intento, A concede una ventaja a B de 4 metros y en este caso B gana la carrera por 0.20 segundos. Hallar los tiempos que tardan A y B en recorrer los 100 metros.

51. Una lancha debe navegar en un río cuya corriente tiene una velocidad de 2 km/h. Si se tarda 2 horas para recorrer cierta distancia a favor de la corriente, mientras que navegando en contra de la corriente se tarda 3 horas para recorrer la misma distancia. ¿Cuál es la velocidad de la lancha en aguas tranquilas?

52. Jorge manejó su moto durante 20 minutos hacia la casa de su novia y luego ambos se dirigieron en automóvil durante 30 minutos hacia una playa situada a 35 km de la casa de su novia. Si la velocidad del automóvil era de 10 km/h más rápida que la de la moto, ¿Cuál era la velocidad del automóvil?

53. Un grupo de ciclistas salieron manejando hacia un parque que está a una distancia de 40 km. Hora y media después, el entrenador salió del mismo lugar en automóvil y viajó a una velocidad que era 4 veces la de los ciclistas y llego al mismo tiempo que ellos. ¿A qué velocidad viajaron los ciclistas?

54. Walter y Carlos salieron a caballo a dar un paseo a una montaña. Durante el ascenso, su velocidad fue de 5 km/h y de regreso por el mismo camino su velocidad fue de 8 km/h. Si el viaje de regreso les tomó 45 minutos menos que el viaje de ida. ¿Cuánto tiempo duró todo el paseo a caballo?

55. El sonido producido por un barco que viaja en el mar se escuchó 8 segundos antes a través del agua que por el aire. Si la velocidad del sonido en el agua es de 1,460 m/s y de 343 m/s por el aire. Calcule la distancia a la cual está el barco.

56. Un muchacho que se encontraba en una parada de autobús se enteró que ésta salía dentro de 38 minutos, así que decidió irse corriendo a su casa. Corrió a una velocidad de 12 km/h y llegó a su casa al mismo tiempo que el autobús. Si el bus viajó a una velocidad de 50 km/h. ¿A qué distancia está la casa del muchacho de la estación del bus?

57. Un desfile de camiones se mueve en una columna a 12 km/h. Un motorista va desde la parte final del desfile hacia la parte de al frente del mismo, y luego regresa a la parte posterior. Si el motorista se tarda en total 15 minutos y manejó la moto a una velocidad de 20 km/h, determine la longitud del desfile.

58. ¿Con qué rapidez debe avanzar un automóvil de 20 pies de largo con el objeto de rebasar, en 5 segundos, a un camión que tiene una longitud de 35 pies y que viaja en la misma dirección a una velocidad de 80 Km/h? El tiempo se empieza a contar cuando la parte delantera del automóvil se empareja con la parte trasera del camión, y termina cuando la parte trasera del automóvil se empareja con la parte delantera del camión.

59. Un hombre recorre 30 kilómetros en autobús y regresa en un tren que viaja 15 km/h más rápido que el autobús. Si el tiempo total invertido es de 1 hora 57 minutos. Encontrar la velocidad del autobús.

60. **Muy difícil.** Cincuenta personas quieren ir a un lugar que dista 27.5 kilómetros. El único medio de transporte de que se dispone es un autobús con capacidad para 30 personas y que tiene una velocidad media de 30 km/h. El grupo se divide en dos partes aproximadamente iguales, que parten al mismo tiempo. El primer grupo sala a pie, caminando a una velocidad de 4 km/h. El segundo va en autobús durante cierta parte del camino y después lo hace caminando a una velocidad media de 3 km/h. El autobús regresa para recoger al resto de la gente y llevarlos a su destino. ¿Qué distancia debe recorrer a pie cada grupo para llegar a su destino al mismo tiempo? ¿Cuánto tiempo dura la excursión?

61. **Muy difícil.** Dos automóviles partieron al mismo tiempo de un mismo punto en una misma dirección. La velocidad del primer automóvil es de 50 km/h y la del segundo de 40 km/h. Después de media hora, del mismo punto y en la misma dirección parte un tercer automóvil que alcanza al primero en 1.5 horas más tarde que al segundo. Hallar la velocidad del tercer automóvil.

62. **Muy difícil.** Del embarcadero A partieron al mismo tiempo río abajo una lancha y una canoa que es llevada por la corriente. La lancha después de recorrer 96 km río abajo, volvió hacia atrás y regreso a A al cabo de 14 horas. Hallar la velocidad de la lancha en aguas tranquilas y la velocidad de la corriente si se sabe que en su camino de regreso la lancha encontró a la canoa a una distancia de 24 km del punto A.

63. Un hombre puede hacer un trabajo en 6 días, en tanto que su hijo puede hacerlo en 12 días. ¿Cuánto tiempo tardarán en hacer el trabajo si lo hacen juntos?

64. Un tanque se puede llenar por dos mangueras en 6 minutos, mientras que una de ellas sola, tardaría 10 minutos. ¿Cuánto tiempo tardaría la otra manguera en llenarlo si trabaja sola?

65. Una manguera puede llenar un tanque en 12 minutos, mientras que el mismo tanque puede ser vaciado por otra manguera en un tiempo de 18 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse el tanque si las dos mangueras se abren al mismo tiempo?

66. Jonás puede limpiar el jardín en 3 días, Diego lo puede hacer en 4 días y David lo puede hacer en 5 días. ¿En cuánto tiempo limpiarán el jardín si trabajan juntos?

67. Javier se tarda 45 minutos en lavar el carro de la familia, mientras que su hermano Alex se tarda 30 minutos en lavarlo. ¿Cuánto tiempo se tardan el lavar el carro si trabajan juntos?

68. Carolina, Andrea y Sofía deben realizar un trabajo en grupo. Cada una de ellas trabajando sola podría realizar el trabajo en 4 horas. Carolina comenzó el trabajo a las 3:30, Andrea se integró al trabajo a las 3:45 y Sofía se les unió a las 4:00 de la tarde. ¿Qué hora era cuando terminaron?

69. Una piscina puede ser llenada en 6 horas y se necesitan 9 horas para vaciarla. Si el tubo de vaciado se abrió durante 6 horas mientras la piscina se llenaba, ¿en cuánto tiempo se llenó la piscina?

70. Un depósito de agua se puede llenar en 35 minutos si la tubería de drenaje está cerrada y el tanque se llena en 84 minutos cuando la tubería de drenaje está abierta. ¿Cuánto tardará la tubería de drenaje en vaciar el tanque si la tubería de llenado está cerrada?

71. Un trabajo puede ser realizado por un hombre en un tiempo de 6 horas, mientras que un muchacho puede realizar el mismo trabajo en 8 horas. Si el hombre trabaja solo durante 2 horas y luego se le une el muchacho para ayudarlo. ¿Cuánto tiempo se requiere que trabaje el muchacho para que terminen el trabajo?

72. El tubo de alimentación de agua de un depósito está controlado por una válvula automática que se cierra cuando el depósito está lleno y se abre de nuevo cuando se han extraído tres cuartas partes del agua del depósito. El tubo de alimentación puede llenar el depósito en 6 horas y el de salida puede vaciarlo en 16 horas. Si la salida está continuamente abierta, ¿Qué tiempo transcurre entre dos veces consecutivas que el depósito esté completamente lleno?