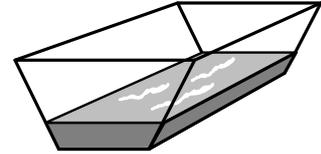


PROBLEMA RESUELTO 1

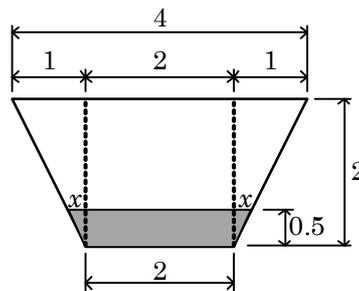
Un bebedero de agua en un zoológico tiene forma de trapecio isósceles con 2 pies de base, 2 pies de altura y 4 pies de ancho en la parte superior, como se muestra en la figura. El trapecio tiene una longitud de 12 pies y contiene agua con una profundidad de 0.5 pies.



- Calcule el volumen de agua en el depósito.
- Si el volumen de agua es de 36 pies cúbicos, calcule la altura del agua.
- Para el volumen de agua del inciso anterior calcule el área del espejo de agua

Solución

- Al observar el volumen de agua, puede verse que tiene la forma de un prisma recto con sección transversal en forma de trapecio y longitud de 12 pies. En la figura siguiente se muestra la sección trapezoidal y las variables utilizadas para calcular el área de la región sombreada.



El área B de la región sombreada tiene la forma de un trapecio

$$B = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$$

Donde $b_1 = 2$, $h = 0.5$ y la base mayor es $b_2 = 2 + 2x$. Para calcular x es necesario utilizar semejanza de triángulos

$$\frac{x}{1} = \frac{0.5}{2}$$

$$x = 0.25$$

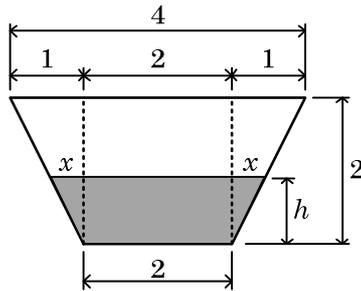
Entonces el área sombreada es

$$B = \frac{1}{2}(2 + 2 + 2(0.25))(0.5) = 1.125 \text{ pies}^2$$

El volumen del agua es el área sombreada B multiplicada por la longitud del depósito

$$V = Bl = (1.125)(12) = 13.5 \text{ pies}^3$$

- Ahora se conoce el volumen, pero no se conoce la altura h del agua. La figura siguiente muestra la nueva situación



El área sombreada es

$$B = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$$

Donde $b_1 = 2$ y la base mayor es $b_2 = 2 + 2x$. Ahora se usa la semejanza de triángulos para expresar x en términos de h ya que queremos encontrar la altura.

$$\frac{x}{1} = \frac{h}{2}$$

$$x = \frac{h}{2}$$

Expresando b_2 en términos de h

$$b_2 = 2 + 2x = 2 + 2\left(\frac{h}{2}\right) = 2 + h$$

Entonces el área de la región sombreada es

$$B = \frac{1}{2}(2 + 2 + h)(h) = \frac{1}{2}h(4 + h)$$

El volumen del agua es

$$V = Bl = \frac{h}{2}(4 + h)(12) = 36 \text{ pies}^3$$

Despejando h en la ecuación anterior

$$24h + 6h^2 - 36 = 0$$

$$h^2 + 4h - 6 = 0$$

Resolviendo por fórmula cuadrática

$$h = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(-6)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{2} = -2 \pm \sqrt{10}$$

Como h debe ser positiva, se tiene que la altura del agua es

$$h = -2 + \sqrt{10} \approx 1.16 \text{ pies.}$$

- c. Se le llama espejo de agua al área en la superficie superior del depósito, que para este problema es un rectángulo de longitud 12 pies y de ancho $2 + 2x$. Entonces el área del espejo de agua es

$$\begin{aligned} A &= 12(2 + 2x) = 12\left(2 + 2\left(\frac{h}{2}\right)\right) = 12(2 + h) = 12(-2 + \sqrt{10}) \\ &= 12\sqrt{10} \end{aligned}$$
