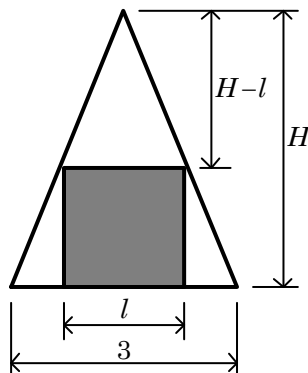


## PROBLEMA RESUELTO 1

Se inscribe un cuadrado dentro de un triángulo isósceles de 3 cm en la base y lados iguales de 4 cm. El cuadrado está inscrito de tal forma que uno de sus lados está sobre la base del triángulo. Calcule el área y el perímetro del cuadrado.

### Solución

La figura muestra el cuadrado inscrito en el triángulo, en donde  $H$  es la altura del triángulo y  $l$  es el lado del cuadrado



La altura  $H$  del triángulo se calcula utilizando el teorema de Pitágoras

$$\begin{aligned}H^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 &= 4^2 \\H^2 &= 16 - \frac{9}{4} = \frac{55}{4} \\H &= \sqrt{\frac{55}{4}} = \frac{\sqrt{55}}{2}\end{aligned}$$

Para calcular el lado del cuadrado note que el triángulo de base  $l$  y altura  $H-l$ , es semejante al triángulo de base 3 y altura  $H$ . Utilizando proporcionalidad entre sus lados se tiene

$$\begin{aligned}\frac{H-l}{H} &= \frac{l}{3} \\3(H-l) &= Hl \\3H - 3l &= Hl \\3H &= 3l + Hl\end{aligned}$$

Factorizando  $l$  en el lado derecho y despejando  $l$

$$\begin{aligned}3H &= l(3 + H) \\l &= \frac{3H}{3 + H}\end{aligned}$$

Sustituyendo  $H = \frac{\sqrt{55}}{2}$  se obtiene que

$$l = \frac{3\left(\frac{\sqrt{55}}{2}\right)}{3 + \frac{\sqrt{55}}{2}} = \frac{3\left(\frac{\sqrt{55}}{2}\right)}{\frac{6 + \sqrt{55}}{2}} = \frac{3\sqrt{55}}{6 + \sqrt{55}}$$

Ahora ya se puede calcular el área y el perímetro del cuadrado

$$A = l^2 = \left( \frac{3\sqrt{55}}{6 + \sqrt{55}} \right)^2 = \frac{9(55)}{(6 + \sqrt{55})^2} = \frac{495}{36 + 12\sqrt{55} + 55} = \frac{495}{91 + 12\sqrt{55}} \approx 2.75 \text{ cm}^2$$

$$P = 4l = 4 \left( \frac{3\sqrt{55}}{6 + \sqrt{55}} \right) = \frac{12\sqrt{55}}{6 + \sqrt{55}} \approx 6.63 \text{ cm}$$

**Respuesta:**

$$A = \frac{495}{91 + 12\sqrt{55}} \approx 2.75$$

$$P = \frac{12\sqrt{55}}{6 + \sqrt{55}} \approx 6.63$$

---