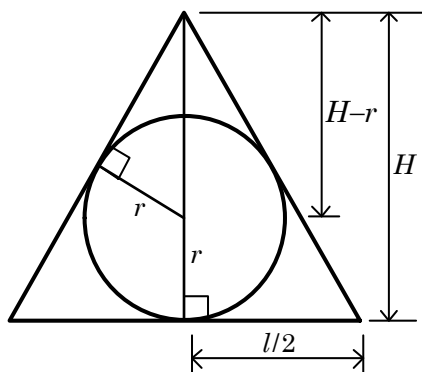


PROBLEMA RESUELTO 1

Encuentre el área de un círculo inscrito en un triángulo equilátero de lado 6 cm.

Solución

La figura muestra el círculo inscrito en el triángulo equilátero, donde l es el lado del triángulo, H es la altura del triángulo y r es el radio de la circunferencia.



Por el teorema de Pitágoras se puede calcular la altura H ya que se conoce el lado del triángulo $l = 6$

$$H^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2$$

$$H^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{3l^2}{4}$$

$$H = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}l = \frac{\sqrt{3}}{2}(6) = 3\sqrt{3}$$

Ahora observe que el triángulo que tiene base r e hipotenusa $H - r$ es semejante al triángulo de base $l/2$ e hipotenusa l ya que ambos son rectángulos y tienen un ángulo agudo común. Al aplicar proporcionalidad entre sus lados se tiene

$$\frac{H - r}{r} = \frac{l}{\frac{l}{2}}$$

Despejando r y sustituyendo los valores de l y H se obtiene

$$\frac{H - r}{r} = 2$$

$$H - r = 2r$$

$$H = 3r$$

$$r = \frac{H}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

Respuesta:

El área del círculo es

$$A = \pi r^2 = \pi (\sqrt{3})^2 = 3\pi$$