

PROBLEMA RESUELTO 1

Obtenga la ecuación estándar, coordenadas del vértice, coordenadas del foco, ecuación de la directriz y dibuje la gráfica de la parábola cuya ecuación general es

$$3x + 2y^2 + 8y - 4 = 0$$

Solución

La ecuación corresponde a una parábola horizontal ya que el término cuadrático está en la variable y . Completando cuadrados en la variable y para obtener la ecuación estándar

$$3x + 2y^2 + 8y - 4 = 0$$

$$2y^2 + 8y = -3x + 4$$

$$2(y^2 + 4y + 4) = -3x + 4 + (2)(4)$$

$$2(y + 2)^2 = -3x + 12$$

$$2(y + 2)^2 = -3(x - 4)$$

$$(y + 2)^2 = -\frac{3}{2}(x - 4)$$

La parábola tiene vértice en el punto $V(h,k) = (4,-2)$, abre hacia la izquierda ya que

$$4p = -\frac{3}{2}$$

$$p = -\frac{3}{8} < 0$$

Las coordenadas del foco son

$$F(h + p, k) = \left(4 - \frac{3}{8}, -2\right) = \left(\frac{29}{8}, -2\right)$$

La ecuación de la directriz es

$$x = h - p = 4 - \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$x = \frac{35}{8}$$

Para dibujar la gráfica se han utilizado tres puntos, uno de ellos es el vértice $V(h,k) = (4,-2)$ y se han obtenido las coordenadas de dos puntos adicionales sustituyendo $x = -2$ en la ecuación. Los puntos son $(-2,-5)$ y $(-2,1)$.

