

PROBLEMA RESUELTO 2

Obtenga la ecuación de la ecuación general de la elipse con focos en los puntos $(4,1)$ y $(4,-5)$; eje menor de longitud 10. Dibuje la representación gráfica.

Solución

El centro se localiza en el punto medio del segmento que une los dos focos, es decir que el centro es

$$(h,k) = \left(\frac{4+4}{2}, \frac{1+(-5)}{2} \right) = (4,-2)$$

Los focos se encuentran en una recta paralela al eje y , por lo que la elipse es vertical, por otro lado, como la longitud del eje menor es 10, se tiene

$$2b = 10$$

$$b = 5$$

La distancia entre los focos es $2c$. Por simple observación la distancia entre los focos es igual a 6, por lo que $c = 3$.

Conociendo el valor de b y el valor de c se puede calcular el valor de a .

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$(3)^2 = a^2 - (5)^2$$

$$a^2 = 34$$

La ecuación estándar de una elipse vertical es

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Al sustituir los datos se obtiene

$$\frac{(y+2)^2}{34} + \frac{(x-4)^2}{25} = 1$$

Para obtener la ecuación general se multiplica ambos lados por el mínimo común múltiplo y se desarrollan los cuadrados

$$25(y+2)^2 + 34(x-4)^2 = (25)(34)$$

$$25(y^2 + 4y + 4) + 34(x^2 - 8x + 16) = 850$$

$$25y^2 + 100y + 100 + 34x^2 - 272x + 544 - 850 = 0$$

$$25y^2 + 34x^2 + 100y - 272x - 206 = 0$$


