

# PROBLEMA RESUELTO 1

---

Obtenga el centro, los vértices, los focos y dibuje la gráfica de la elipse cuya ecuación general es

$$4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$$

## Solución

---

Agrupando términos y completando cuadrados se tiene

$$(4x^2 - 8x) + (9y^2 + 36y) = -4$$

$$4(x^2 - 2x) + 9(y^2 + 4y) = -4$$

$$4(x^2 - 2x + 1) + 9(y^2 + 4y + 4) = -4 + 4(1) + 9(4)$$

$$4(x - 1)^2 + 9(y + 2)^2 = 36$$

Dividiendo ambos lados entre 36 para obtener 1 en el lado derecho

$$\frac{4(x - 1)^2}{36} + \frac{9(y + 2)^2}{36} = \frac{36}{36}$$

$$\frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y + 2)^2}{4} = 1$$

Que es la ecuación de una elipse horizontal, con centro  $C(h,k) = (1,-2)$

$$a^2 = 9$$

$$b^2 = 4$$

$$a = \sqrt{9} = 3$$

$$b = \sqrt{4} = 2$$

Las coordenadas de los vértices son

$$V_1 = (h - a, k) = (1 - 3, -2) = (-2, -2)$$

$$V_2 = (h + a, k) = (1 + 3, -2) = (4, -2)$$

Para calcular las coordenadas de los focos primero se calcula el valor de  $c$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$= 9 - 4 = 5$$

$$c = \sqrt{5}$$

Las coordenadas de los focos son

$$F_1 = (h - c, k) = (1 - \sqrt{5}, -2)$$

$$F_2 = (h + c, k) = (1 + \sqrt{5}, -2)$$

La gráfica de la elipse se muestra en la figura siguiente

