PROBLEMA RESUELTO 1

Demuestre la identidad trigonométrica

$$\frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x}+\frac{1+\cos x}{\operatorname{sen} x}=2\csc x$$

Solución

En éste ejemplo se recomienda trabajar sobre el lado izquierdo ya que permite efectuar operaciones algebraicas. Desarrollando la suma de fracciones se tiene y simplificando el numerador se tiene

$$\frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x}+\frac{1+\cos x}{\operatorname{sen} x}=2\csc x$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x+(1+\cos x)^2}{(1+\cos x)(\operatorname{sen} x)}=2\csc x$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x+1+2\cos x+\cos^2 x}{(1+\cos x)(\operatorname{sen} x)}=2\csc x$$

Sustituyendo la identidad $\operatorname{sen}^2 x+\cos^2 x=1$

$$\frac{(\operatorname{sen}^2 x+\cos^2 x)+1+2\cos x}{(1+\cos x)(\operatorname{sen} x)}=2\csc x$$

$$\frac{1+1+2\cos x}{(1+\cos x)(\operatorname{sen} x)}=2\csc x$$

$$\frac{2+2\cos x}{(1+\cos x)(\operatorname{sen} x)}=2\csc x$$

$$\frac{2(1+\cos x)}{(1+\cos x)(\operatorname{sen} x)}=2\csc x$$

$$\frac{2}{(\operatorname{sen} x)}=2\csc x$$

Finalmente, como $\csc x=\dfrac{1}{\operatorname{sen} x}$. Se demuestra la identidad

$$2\left(\frac{1}{\operatorname{sen} x}\right)=2\csc x$$

$$2\csc x=2\csc x$$