

PROBLEMA RESUELTO 1

Dada la función trigonométrica

$$f(x) = 3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$$

- a. Encuentre la amplitud, período y desplazamiento de fase.
- b. Dibuje la representación gráfica de la función.

Solución

- a. Para resolver éste problema se debe comenzar expresando la función en la forma general correspondiente

$$y = a\operatorname{sen}(bx + c) + k$$

Ahora ya es posible responder las preguntas:

$$\text{Amplitud} = |a| = |3| = 3$$

Es decir que la gráfica sube y baja 3 unidades a partir de su eje central, que para este ejemplo es la recta $y = -1$, pues la gráfica está desplazada 1 unidad hacia abajo

$$\text{Período} = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

Lo que nos indica que la gráfica utiliza un intervalo de longitud 4π para completar un ciclo.

$$\text{Desplazamiento de fase} = -\frac{c}{b} = -\frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{\pi}{2},$$

es decir que se desplaza $\frac{\pi}{2}$ hacia la izquierda.

- b. Para dibujar la representación gráfica, se recomienda encontrar el intervalo en donde se desarrolla el ciclo principal de la gráfica, para ello es necesario resolver la desigualdad

$$0 \leq \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \leq 2\pi$$

$$-\frac{\pi}{4} \leq \frac{x}{2} \leq 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$2\left(-\frac{\pi}{4}\right) \leq x \leq 2\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$$

Por lo tanto un intervalo apropiado para dibujar un ciclo completo es $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right]$. El rectángulo dibujado con línea discontinua nos sirve de referencia para dibujar dentro de él un ciclo completo de la gráfica.

La figura siguiente muestra en color azul la representación gráfica de la función y en color rojo la gráfica de la función $y = \sin x$. Esta gráfica ha sido construida con el programa Mathematica.


