PROBLEMA RESUELTO 4

Resuelva la desigualdad

$$2+\frac{21}{2-x}\geq\frac{95}{4-3x}$$

Solución

Trasladando todos las fracciones al lado izquierdo y simplificando se tiene

$$2+\frac{21}{2-x}-\frac{95}{4-3x}\geq 0$$

$$2-\frac{21}{x-2}+\frac{95}{3x-4}\geq 0$$

$$\frac{2(x-2)(3x-4)-21(3x-4)+95(x-2)}{(x-2)(3x-4)}\geq 0$$

$$\frac{(6x^2-20x+16)-\left(63x-84\right)+\left(95x-190\right)}{(x-2)(3x-4)}\geq 0$$

$$\frac{6x^2+12x-90}{(x-2)(3x-4)}\geq 0$$

$$\frac{6(x+5)(x-2)}{(x-2)(3x-4)}\geq 0$$

Observe que el numerador y el denominador tienen como factor común $(x-2)$. Este factor se puede cancelar siempre que $x\neq 2$.

Es decir que $x=2$ no puede ser solución de la desigualdad pues hace indefinida la expresión original.

$$\frac{6(x+5)}{(3x-4)}\geq 0$$

Al igualar a cero el numerador se tiene

$$x+5=0$$

$$x=-5$$

$x=-5$ sí es una solución de la desigualdad ya que la expresión es igual a cero en este número.

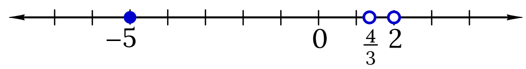
Al igualar a cero el denominador se tiene

$$3x-4=0$$

$$x=\frac{4}{3}$$

$x=\frac{4}{3}$ no es solución de la desigualdad ya que la expresión no está definida en ese número.

Al colocar los valores obtenidos en una recta numérica para obtener todos los intervalos que pueden ser solución de la desigualdad se tiene



Entonces los intervalos que son posibles soluciones de la desigualdad son

$$(-\infty,-5],\quad \left[-5,\frac{4}{3}\right),\quad \left(\frac{4}{3},2\right),\quad (2,+\infty)$$

La tabla siguiente muestra el valor de prueba elegido al azar en cada intervalo y las pruebas correspondientes. En la tabla solo se muestran los signos correspondientes a cada factor.

Intervalo	Valor de prueba	Prueba $\frac{6(x+5)}{(3x-4)} \geq 0$	Resultado	Conclusión
$(-\infty,-5]$	-10	$\frac{(-)}{(-)}$	+	Si es solución
$\left(-5,\frac{4}{3}\right)$	0	$\frac{(+)}{(-)}$	-	No es solución
$\left(\frac{4}{3},2\right)$	1.5	$\frac{(+)}{(+)}$	+	Si es solución
$(2,+\infty)$	10	$\frac{(+)}{(+)}$	+	Si es solución

Respuesta

Los intervalos donde la expresión es mayor o igual a cero son

$$(-\infty,-5],\quad \left(\frac{4}{3},2\right),\quad (2,+\infty)$$