PROBLEMA RESUELTO 3

Resuelva la desigualdad

$$\frac{1}{x+2} \geq \frac{1}{2x-1}$$

Solución

Un error frecuente de los estudiantes es pasar a multiplicar los denominadores. Esto no se puede hacer en las desigualdades ya que, al no conocer el signo de la variable, no se sabe si la desigualdad cambia de sentido. Lo que se debe hacer es trasladar todas las expresiones al lado izquierdo de la desigualdad y simplificar la suma de fracciones resultante

$$\frac{1}{x+2} \geq \frac{1}{2x-1}$$

$$\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2x-1} \geq 0$$

$$\frac{1(2x-1) - 1(x+2)}{(x+2)(2x-1)} \geq 0$$

$$\frac{2x-1-x-2}{(x+2)(2x-1)} \geq 0$$

$$\frac{x-3}{(x+2)(2x-1)} \geq 0$$

Ahora se iguala a cero cada uno de los factores, para determinar los ceros del numerador y del denominador.

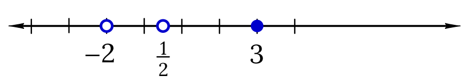
Si $x-3=0$ se obtiene $x=3$

Si $x+2=0$ se obtiene $x=-2$

Si $2x-1=0$ se obtiene $x=\frac{1}{2}$

Observe que $x=-2$ y $x=\frac{1}{2}$ no pueden ser soluciones de la desigualdad ya que hacen cero el denominador mientras que $x=3$ si es solución ya que cuando el numerador es cero la expresión es igual a cero.

Localizando los valores anteriores en la recta numérica se tiene



De donde se obtiene que los intervalos en los cuales se deben realizar las pruebas son:

$$(-\infty,-2), \quad \left(-2,\tfrac{1}{2}\right), \quad \left(\tfrac{1}{2},3\right], \quad [3,\infty)$$

La tabla siguiente muestra los valores de prueba seleccionados así como los resultados obtenidos al hacer la prueba para cada intervalo.

Intervalo	Valor de prueba	Prueba $\frac{x-3}{(x+2)(2x-1)}$	Resultado	Conclusión
$(-\infty,-2)$	-3	$\frac{(-)}{(-)(-)}$	-	No es solución
$\left(-2,\frac{1}{2}\right)$	0	$\frac{(-)}{(+)(-)}$	+	Si es solución
$\left(\frac{1}{2},3\right]$	2	$\frac{(-)}{(+)(+)}$	-	No es solución
$[3,\infty)$	10	$\frac{(+)}{(+)(+)}$	+	Si es solución

Respuesta

De los resultados en la tabla se concluye que la solución de la desigualdad es

$$\left(-2,\frac{1}{2}\right)\cup[3,\infty)$$