PROBLEMA RESUELTO 2

Resuelva la ecuación

$$x^{1/3} + 6x^{-1/3} = 5$$

Solución

Muchas ecuaciones pueden resolverse por medio de una sustitución adecuada, la cual transforma la ecuación en otra que puede resolverse fácilmente. Usualmente se transforma en una ecuación cuadrática.

La ecuación dada puede expresarse como

$$x^{1/3} + \frac{6}{x^{1/3}} = 5$$

En donde una sustitución apropiada es $u = x^{1/3}$. Al efectuar la sustitución en la ecuación dada y multiplicar ambos lados por el mínimo común múltiplo se obtiene una ecuación cuadrática.

$$u + \frac{6}{u} = 5$$

$$u^2 + 6 = 5u$$

$$u^2 - 5u + 6 = 0$$

La ecuación anterior se puede factorizar para obtener los valores de u .

$$(u - 3)(u - 2) = 0$$

$$u - 3 = 0, u - 2 = 0$$

$$u = 3, u = 2$$

Para cada uno de los valores de u , se debe encontrar el correspondiente valor de x ,

Para $u = 3$ se tiene

$$x^{1/3} = 3$$

$$(x^{1/3})^3 = 3^3$$

$$x = 27$$

Para $u = 2$

$$x^{1/3} = 2$$

$$(x^{1/3})^3 = 2^3$$

$$x = 8$$

Como siempre, se debe hacer la prueba para los valores de $x = 27$ y $x = 8$ en la ecuación original. Al hacer esto resulta que ambos valores la satisfacen y por lo tanto, las soluciones de la ecuación son:

Respuesta: $x = 27$ y $x = 8$.