

PROBLEMA RESUELTO 2

Resuelva la desigualdad

$$x(3x - 1) \leq 4$$

Solución

Trasladando todos los términos al lado izquierdo y desarrollando el producto se tiene

$$x(3x - 1) \leq 4$$

$$3x^2 - x - 4 \leq 0$$

Factorizando el polinomio cuadrático

$$3x^2 - x - 4 \leq 0$$

$$\frac{(3x - 4)(3x + 3)}{3} \leq 0$$

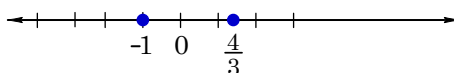
$$(3x - 4)(x + 1) \leq 0$$

Una vez factorizado el polinomio, se encuentran los números que hacen cero cada uno de los factores, estos valores son

$$\text{Si } 3x - 4 = 0, \text{ se obtiene } x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Si } x + 1 = 0, \text{ se obtiene } x = -1$$

Los números $x = -1$ y $x = \frac{4}{3}$ dividen a la recta numérica en 3 intervalos como se ilustra en la figura siguiente



Estos intervalos son: $(-\infty, -1]$, $[-1, \frac{4}{3}]$, $[\frac{4}{3}, \infty)$

Observe que los intervalos son cerrados en -1 y $\frac{4}{3}$ pues la desigualdad es menor o igual que cero y como al evaluar la expresión en los extremos de los intervalos se obtiene una proposición verdadera, éstos deben estar incluidos en la solución.

Para saber que intervalos son soluciones de la desigualdad se debe tomar un valor de prueba en cada intervalo.

$$(3x - 4)(x + 1) \leq 0$$

Se recomienda construir una tabla como la siguiente para efectuar las pruebas.

Intervalo	Valor de prueba	Prueba $(3x - 4)(x + 1)$	Resultado	Conclusión
$(-\infty, -1]$	-2	$(-)(-)$	+	No es solución
$[-1, \frac{4}{3}]$	0	$(-)(+)$	-	Si es solución
$[\frac{4}{3}, \infty)$	2	$(+)(+)$	+	No es solución

Observe que, al hacer las pruebas, en la tabla solo se ha colocado el signo de cada factor y no su valor numérico. A manera de ejemplo se ilustra la evaluación para el primer intervalo

$$(3(-2) - 4)(-2 + 1) = (-10)(-1) = (-)(-)$$

Como únicamente en el intervalo $[-1, \frac{4}{3}]$ se obtiene un resultado negativo, se concluye que la solución de la desigualdad es el conjunto de todos los números reales que están en el intervalo $[-1, \frac{4}{3}]$.

Respuesta

$$[-1, \frac{4}{3}]$$
